DIBUJO TÉCNICO I

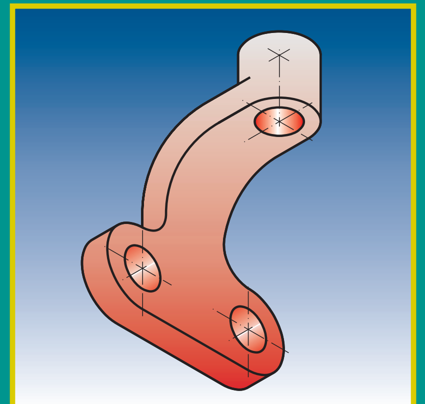
SOLUCIONARIO

1º bachillerato

GEOMÉTRICO



DESCRIPTIVA



NORMALIZACIÓN



F. Javier Rodríguez de Abajo
Víctor Álvarez Bengoa

EDITORIAL DONOSTIARRA

F. JAVIER RODRÍGUEZ DE ABAJO
VÍCTOR ÁLVAREZ BENGOA

DIBUJO TÉCNICO

1º Bachillerato

SOLUCIONARIO

EDITORIAL DONOSTIARRA
Pokopandegi, nº 4 - Pabellón Igaralde - Barrio Igara
Apartado 671 - Teléfonos 943 215 737 - 213 011 - Fax 943 219 521
20018 - SAN SEBASTIÁN

INTRODUCCIÓN

En esta obra se presentan las respuestas, de un modo gráfico y razonado, de las actividades planteadas en el libro de Dibujo Técnico de 1º BACHILLERATO de los autores F. Javier Rodríguez de Abajo y Víctor Álvarez Bengoa.

Este solucionario va dirigido, fundamentalmente, a los profesores/as que imparten la materia de Dibujo Técnico de 1º Bachillerato, en las siguientes modalidades: Tecnología, Ciencias de la Naturaleza y de la Salud y Artes, con objeto de ayudarles y guiarles en la resolución de las actividades propuestas en el libro anteriormente citado.

Para facilitar la comprensión y ejecución del proceso de resolución de las actividades indicadas, nos ha parecido oportuno acompañar a la mayoría de las soluciones gráficas dadas, una serie de textos explicativos de las mismas, así como, señalar cuáles son los fundamentos teóricos en los que se basa su resolución.

Existen, por otro lado, una serie de temas en los que, por las razones que a continuación se exponen, no se realiza ningún tipo de solución. Los temas y los motivos por los que no disponen de solucionario, son:

- **Tema 1: INSTRUMENTOS DE DIBUJO**
  Las actividades propuestas consisten en la ***reproducción****, a mano alzada y a limpio, de una serie de figuras sencillas que aparecen en el libro. Como su trazado y construcción no representa ningún tipo de dificultad y, además, la respuesta es la misma figura, no se ha realizado solucionario alguno.*
- **Tema 2: TRAZADOS FUNDAMENTALES EN EL PLANO.**
  Las actividades propuestas consisten en la ***reproducción****, a mano alzada y a limpio, de una serie de figuras sencillas que aparecen en el libro. Como su trazado y construcción no representa ningún tipo de dificultad y, además, la respuesta es la misma figura, no se ha realizado solucionario alguno.*
- **Tema 8: TANGENCIAS**
  Las actividades propuestas consisten en la ***reproducción****, a escala, de una serie de figuras sencillas, que aparecen dibujadas en el libro, sobre tangencias. Como su trazado y construcción no representa ningún tipo de dificultad y, además, la respuesta es, prácticamente, la misma figura, no se ha realizado solucionario alguno.*
- **Tema 9: CURVAS TÉCNICAS**
  Las actividades propuestas consisten en la ***reproducción****, a escala, de dos figuras sencillas, que aparecen dibujadas en el libro, sobre aplicaciones del tema. Como su trazado y construcción no representa ningún tipo de dificultad y, además, la respuesta es, prácticamente, la figura propuesta, no se ha realizado solucionario alguno.*
- **Tema 11: GEOMETRÍA DESCRIPTIVA. SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN**
  La actividad propuesta consiste en la ***reproducción****, a mano alzada y en los diversos sistemas indicados, de una serie de objetos sencillos que estén al alcance del alumno. Como su trazado y construcción no representa ningún tipo de dificultad y, además, los objetos son de libre elección por parte del alumno, no existe solucionario de este tema.*
- **Tema 13: SISTEMAS ACOTADOS**
  Al no existir propuesta de actividades, no procede realizar respuesta alguna.
- **Tema 17: NORMALIZACIÓN: Rotulación normalizada**
  Al no existir propuesta de actividades, no procede realizar respuesta alguna.
- **Tema 19: ARTE Y DIBUJO TÉCNICO**
  Las actividades propuestas son abiertas y de libre elección, en consecuencia, no se presenta ninguna solución.

ESCALAS

TEMA 3

Actividad 1

La diferencia estriba en que la **escala de reducción** se aplica para los objetos que, por su **gran tamaño**, no se pueden representar con las **medidas reales** sobre el papel o formato normalizado, y éstas se han de **reducir**, y la de **ampliación** se utiliza cuando, por su **pequeño tamaño**, los objetos no se pueden representar con las **medidas reales** sobre el papel o plano industrial y esta medidas deben ser **ampliadas**.

Tipo de escala	Características y aplicaciones
Escala de reducción	Para objetos de **gran tamaño** que no pueden reproducirse, sobre el papel normalizado, con las medidas reales, y por lo tanto, éstas se reducen.
Escala de ampliación	Para objetos de **pequeño tamaño** que no se pueden representar sobre formatos normalizados –A4, A3...– con las medidas reales, y éstas han de ampliarse.

Actividad 2

La escala **1:3 no está normalizada**; sin embargo, se permite su uso aunque no se recomienda.

Actividad 3

Las escalas normalizadas de ampliación son: **2 : 1** **5:1** y **10:1**

Actividad 4

Escala = Medidas del objeto en el dibujo / Medidas del objeto en la realidad = 1 mm / 50.000 mm

1 mm del cuerpo en el dibujo equivale a 50.000 mm del cuerpo en la realidad.

Escala = Dibujo / Realidad = 32 mm / R = 1 / 50.000 ⇨

Realidad = 32 · 50.000 = 1.600.000 mm = 1.600 m = 1,6 km

Actividad 5

A 35 mm, puesto que, en los planos dibujados a escala, las cifras de cota que se ponen son siempre medidas reales de la pieza a construir.

Actividad 6

Que la **mayoría** de las piezas u objetos, que aparecen representados en el plano, están dibujados a escala 1:1, y que **alguno** se ha dibujado a escala 2:1.

Actividad 7

1:1 (2:1) (5:1)

Actividad 8

1. Para la medida de 340

Escala = Medidas del objeto en el dibujo / Medidas del objeto en la realidad = Dibujo / 340 = 1 / 10

Medida del objeto en el dibujo = 340 / 10 = 34 mm.

2. Para la medida de 750

Escala = Medidas del objeto en el dibujo / Medidas del objeto en la realidad = Dibujo / 750 = 1 / 10

Medida del objeto en el dibujo = 750 / 10 = 75 mm.

Actividad 9

Escala = Medidas del cuerpo en el dibujo / Medidas del cuerpo en la realidad = 2 / 1 ⇨

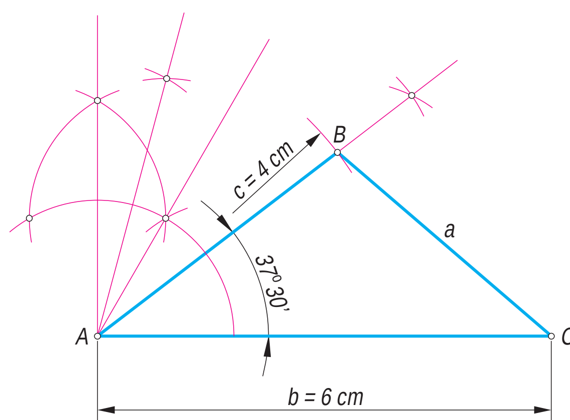
Medida del cuerpo en la realidad = 44 / 2 = 22 mm.

CONSTRUCCIÓN DE FORMAS POLIGONALES (I)
Triángulos. Ángulos relacionados con la circunferencia

TEMA 4

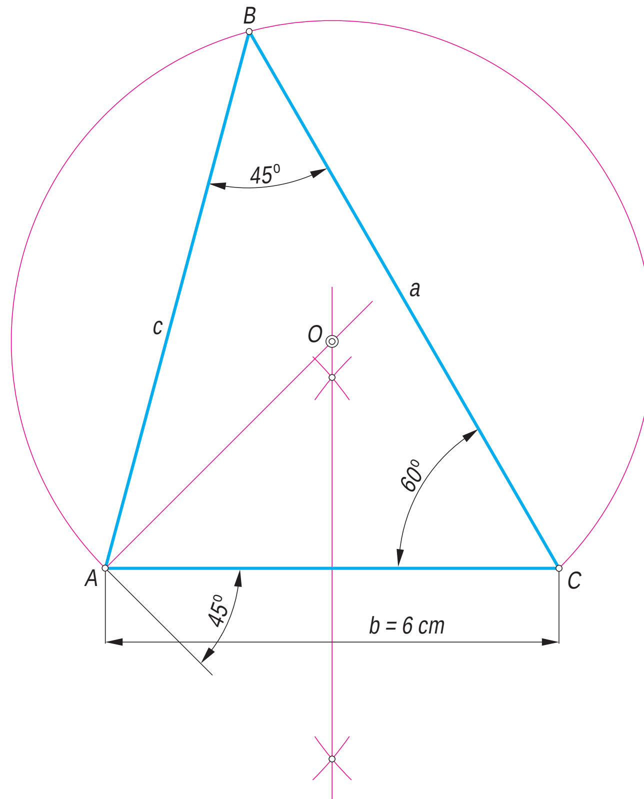
Actividad 1

1. Dibujar el lado $b = 6$ cm ($\overline{AC}$), y por el vértice A construir el ángulo $\hat{A}$ utilizando el método gráfico de la figura adjunta.
2. Sobre el lado obtenido de este ángulo se lleva $c = 4$cm obteniéndose el vértice B.
3. Unir B con C para completar el triángulo.



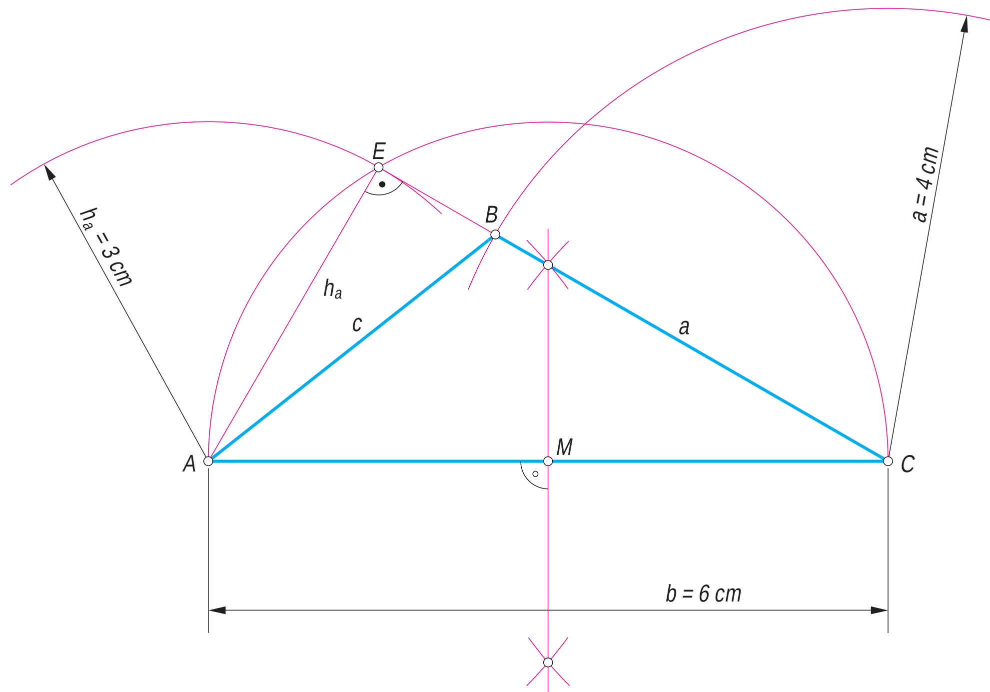
Actividad 2

1. Dibujar el lado $b = 6$ cm ($\overline{AC}$).
2. Construir el arco capaz del segmento $\overline{AC}$ bajo el ángulo $\hat{B} = 45°$.
3. Dibujar el ángulo $\hat{C} = 60°$, y prolongar el lado ***a*** hasta que corte al arco capaz, punto B.
4. Unir B con A para completar el triángulo.



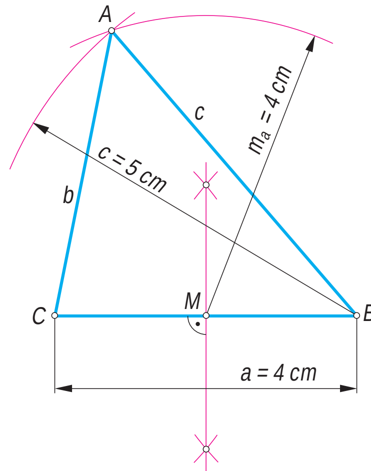
Actividad 3

1. Dibujar el lado $b = 6$ cm ($\overline{AC}$).
2. Construir el arco capaz del segmento $\overline{AC}$ bajo el ángulo $\hat{E} = 90°$.
3. A partir de A se determina el punto E al cortar el arco capaz con un arco de radio $h_a = 3$ cm.
4. Unir E con C. A partir de C, y sobre este último lado, llevar el valor de $a = 4$ cm. para obtener el vértice B.
5. Unir B con A para definir el triángulo.



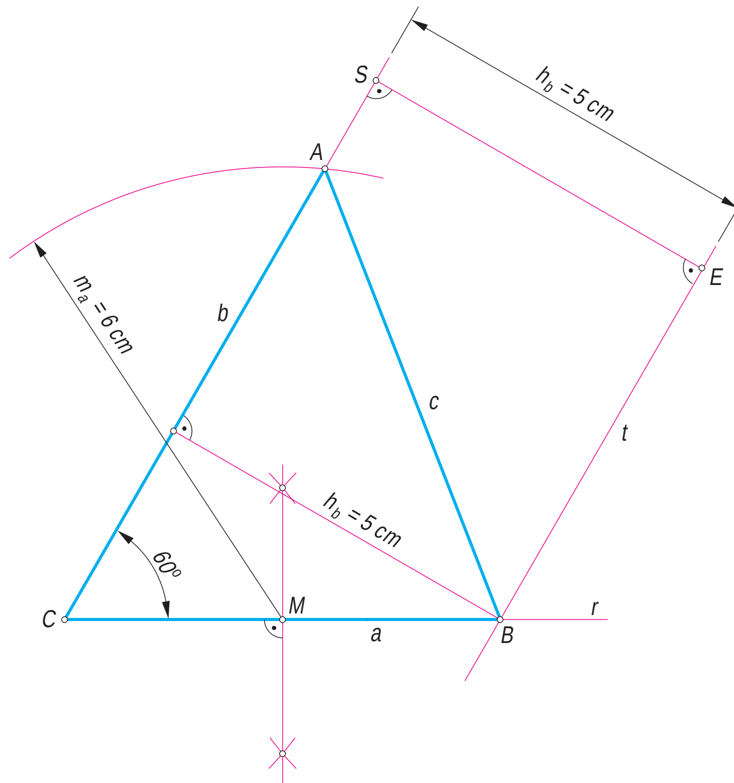
Actividad 4

1. Dibujar el lado $a = 4$ cm ($\overline{CB}$).
2. Dibujar la mediatriz del lado ***a***, y a partir del punto M trazar el arco de radio $m_a = 4$ cm.
3. Desde B, con radio el lado $c = 5$ cm, trazar un arco que corta al anterior en A.
4. Uniendo A con C y B queda delimitado el triángulo.



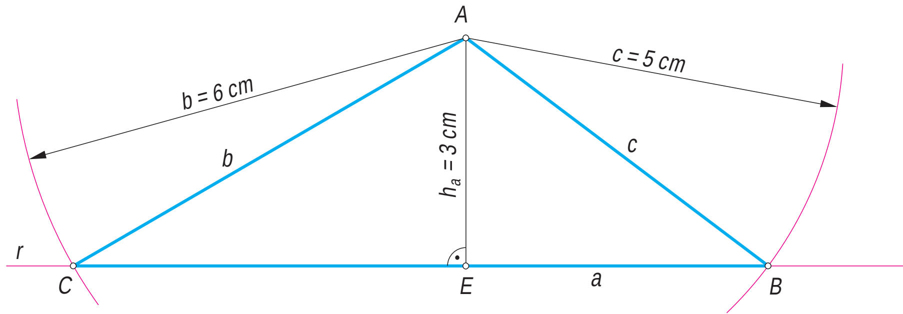
Actividad 5

1. Se construye el ángulo $\hat{C} = 60°$.
2. Por un punto cualquiera del lado ***s*** de este ángulo, se traza una perpendicular al mismo, y se lleva sobre ella la altura $h_b = 5$ cm.
3. Por el extremo de h_b, punto E, se dibuja una paralela ***t*** al lado ***s***, que al cortar al lado ***r*** determina el vértice B.
4. Hallar la mediatriz del segmento $\overline{CB}$, y desde M trazar un arco de radio $m_a = 6$ cm que corta al lado ***s*** en el vértice A.
5. Unir A con C y B para formar el triángulo.



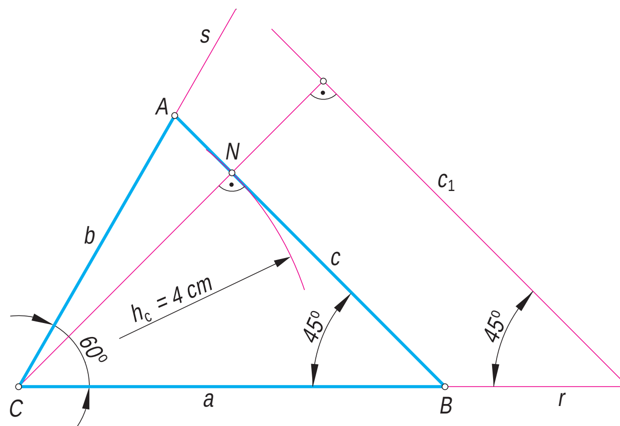
Actividad 6

1. Trazar la altura $h_a = 3$ cm ($\overline{AE}$).
2. Por el extremo E, dibujar la recta perpendicular $\boldsymbol{r}$ al segmento $\overline{AE}$.
3. A partir de A trazar dos arcos de radio $c = 5$ cm y $b = 6$ cm, que cortarán a la recta $\boldsymbol{r}$ en los puntos B y C respectivamente.
4. Uniendo A con C y B queda definido el triángulo.



Actividad 7

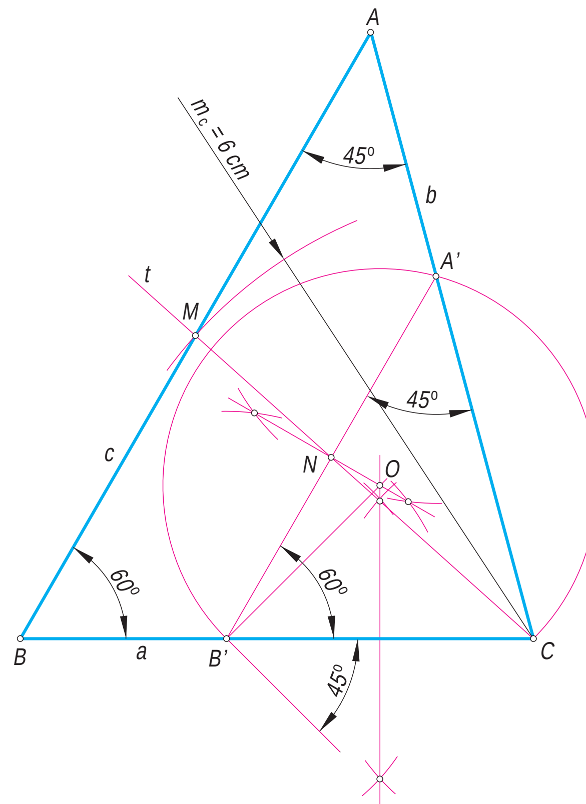
1. Dibujar el ángulo $\hat{C} = 60°$.
2. En un punto cualquiera, del lado $\boldsymbol{r}$ del ángulo construido, dibujar un ángulo de 45°.
3. Desde el vértice C, trazar la perpendicular al lado $\boldsymbol{c_1}$ del ángulo de 45°, y llevar sobre ella el valor de $h_c = 4$ cm, obteniendo N.
4. Por N, trazar una paralela a $\boldsymbol{c_1}$ hasta que corte a los lados $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{s}$ del ángulo $\hat{C}$, obteniendo A y B, con lo cual queda definido el triángulo.



Actividad 8

Este ejercicio se resuelve por semejanza con otro triángulo auxiliar.

1. Trazar el triángulo auxiliar *A'B'C* cuyos ángulos $\hat{A}'$ y $\hat{B}'$ sean, respectivamente, de 45º y 60º. Para ello, se toma un segmento cualquiera $\overline{B'C}$ y se dibuja el arco capaz de este segmento bajo el ángulo de 45º; por *B'* se traza el ángulo de 60º y se obtiene el vértice *A'*.
2. Trazar la mediatriz del segmento $\overline{B'A'}$ y se obtiene el punto *N* sobre el citado segmento.
3. En la prolongación de *CN*, recta *t*, y a la distancia m_c = 6 cm, se encuentra el punto *M*, punto medio del lado ***c*** del triángulo, que será paralelo al lado *A'B'* del triángulo auxiliar.

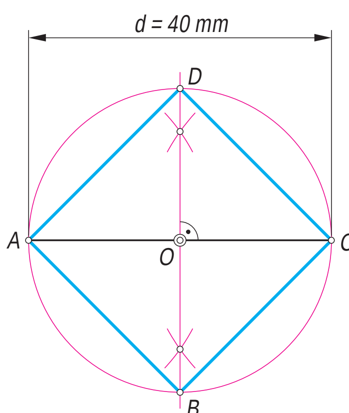


CONSTRUCCIÓN DE FORMAS POLIGONALES (II)
Cuadriláteros. Polígonos regulares

TEMA 5

Actividad 1

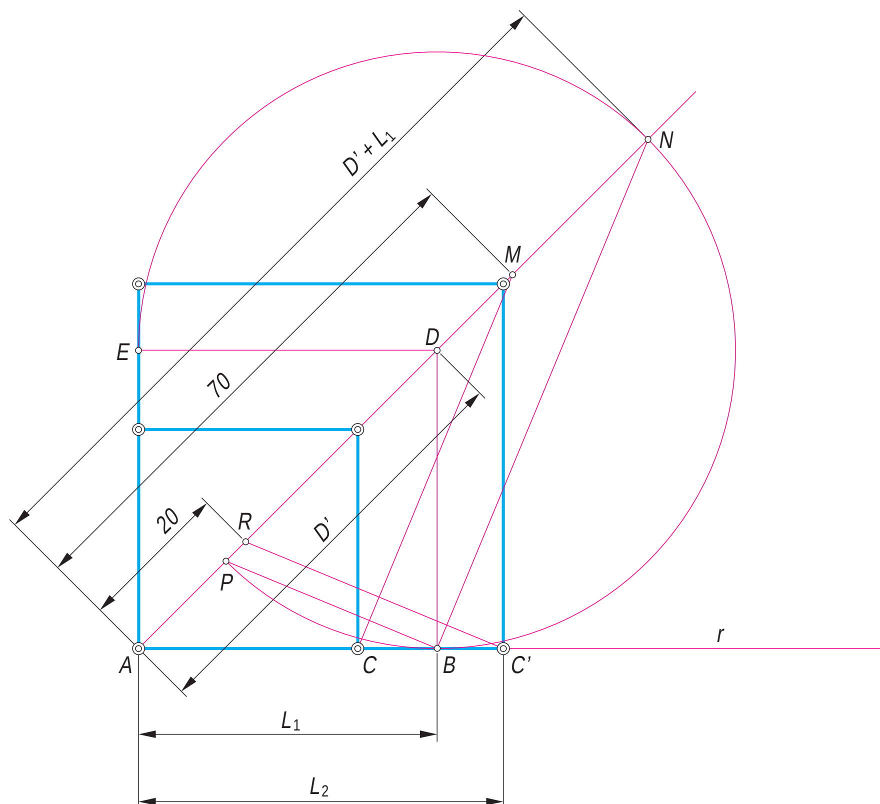
1. Dibujar la diagonal del cuadrado $d = \overline{AC} = 40$ mm.
2. Trazar la mediatriz del segmento $\overline{AC}$, y con centro en ***O*** dibujar la circunferencia de radio $d/2$.
3. Uniendo los puntos A, B, C y D queda definido el cuadrado.



Actividad 2

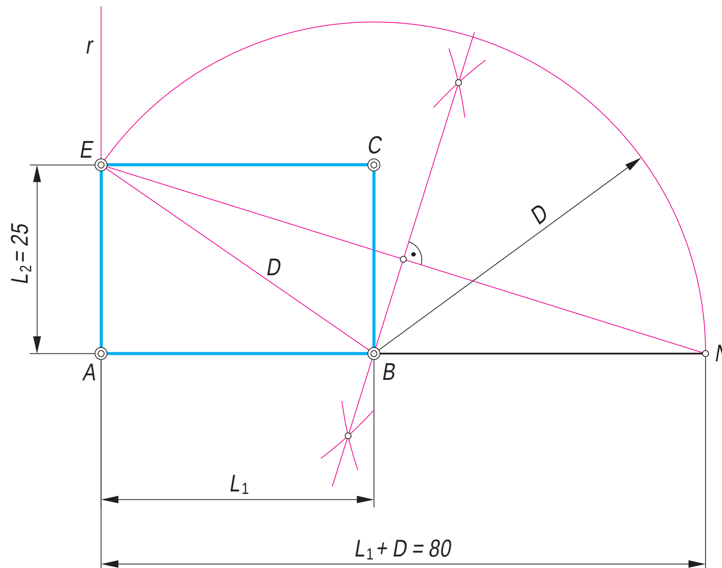
Este ejercicio se resuelve por semejanza con otro cuadrado auxiliar.

1. Construir un cuadrado cualquiera de lado $L_1 = \overline{AB}$. Sobre la diagonal de este cuadrado situar el punto N. Para ello, se lleva a partir de A el valor del segmento $\overline{AN} = D' + L_1$
2. Unir el punto N con B y sobre la citada diagonal llevar el valor de $D + L = 70$ mm, definiendo el punto M.
3. Por el extremo M, se traza la paralela a NB, obteniendo el punto C en AB. El segmento $\overline{AC}$ es el lado L del cuadrado cuyo lado y diagonal suman 70 mm, es decir, $\overline{AM} = D + L = 70$ mm.
4. Para construir el otro cuadrado, cuya diferencia entre la diagonal y el lado es igual a 20 mm, dibujar el arco $\widehat{NBP}$ de centro en D.
5. Unir P con B, y por R (distancia de 20 mm llevada sobre la diagonal a partir de A) trazar una paralela al segmento citado $\overline{PB}$, obteniendo el punto C' en la prolongación de $\overline{AB}$. El segmento AC' es el lado L_2 del cuadrado cuya diferencia entre su diagonal y su lado es de 20 mm.



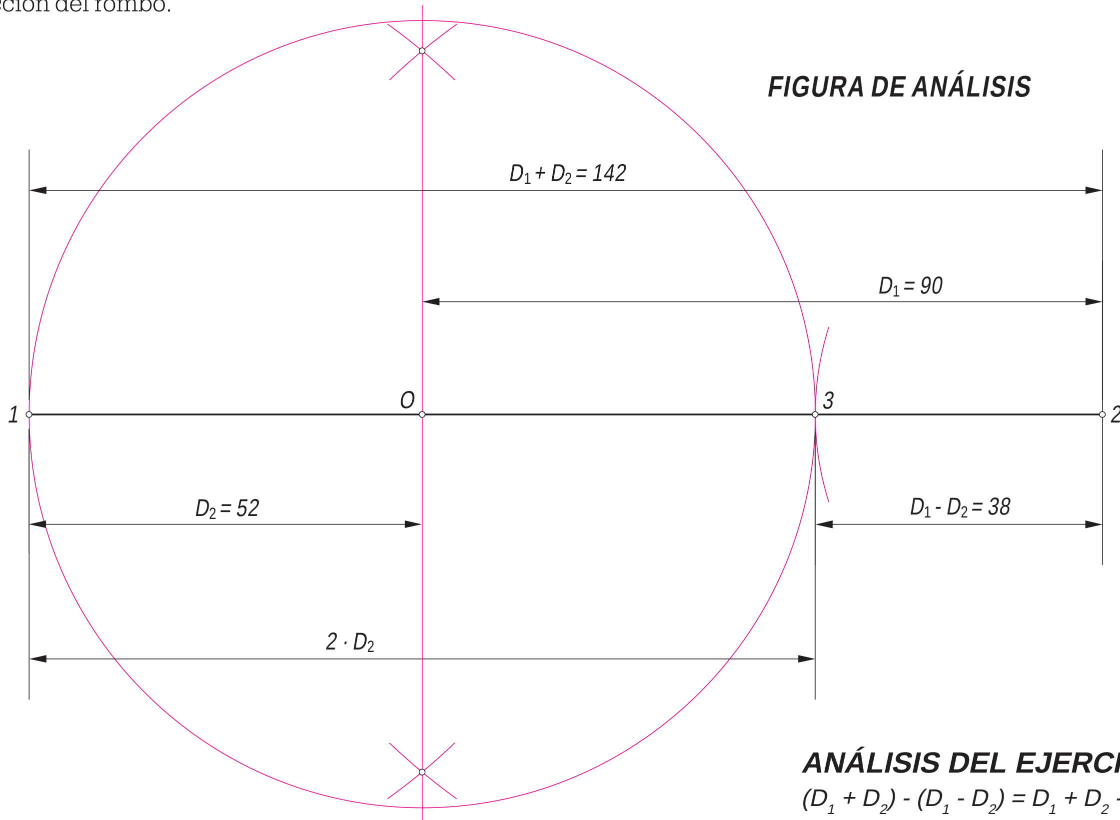
Actividad 3

1. Dibujar, a partir de A, un ángulo recto, y sobre sus lados llevar los valores de $L_2 = 25$ mm y de $L_1 + D = 80$ mm, obteniendo los puntos E y N.
2. Unir E con N y dibujar la mediatriz del segmento $\overline{EN}$. El punto B, lugar donde esta mediatriz corta al segmento $\overline{AN}$, define el lado L_1 del rectángulo.
3. Trazar por B y por E paralelas a sus lados respectivos para obtener el rectángulo $ABCE$ solicitado.



Actividad 4

En el dibujo de esta actividad, se ha realizado una figura de análisis y los cálculos precisos para comprender mejor la construcción del rombo.



ANÁLISIS DEL EJERCICIO

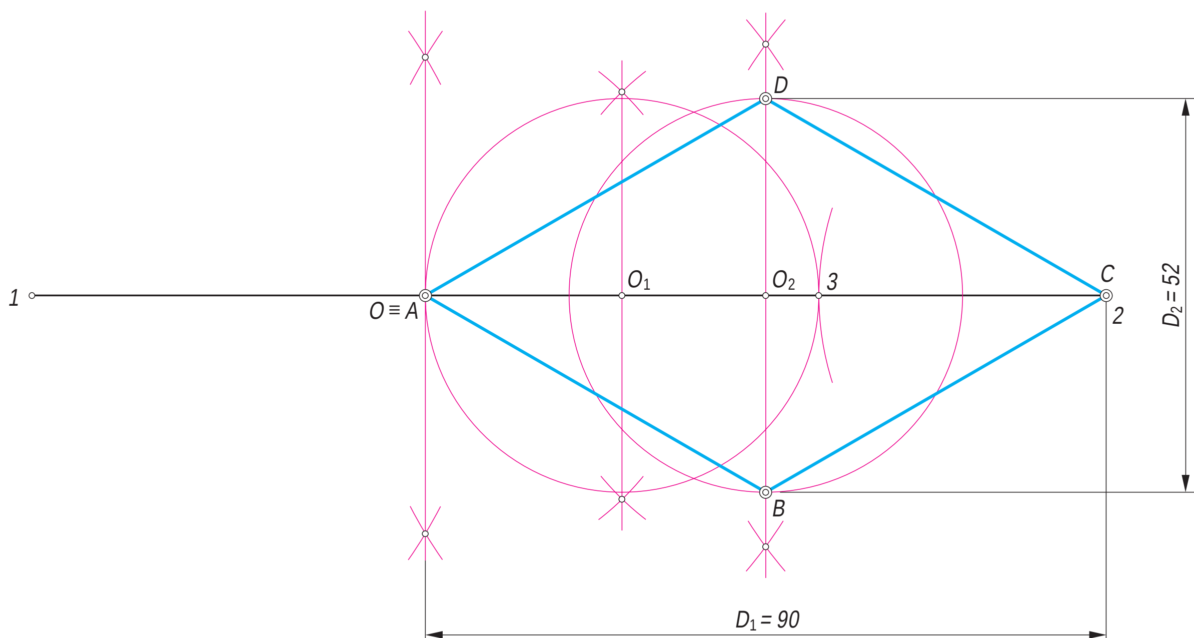
$(D_1 + D_2) - (D_1 - D_2) = D_1 + D_2 - D_1 + D_2 =$
$2 \cdot D_2 = 142 - 38 = 104$ mm

$D_2 = 104 / 2 = 52$ mm

$D_1 = 142 - D_2 = 142 - 52 = 90$ mm

$D_1 - D_2 = 90 - 52 = 38$ mm

1. Colocar, sobre una recta, los datos: $\overline{1\text{-}2}$ = 142 mm, y $\overline{3\text{-}2}$ = 38 mm.
2. Hallar la mediatriz del segmento $\overline{1\text{-}3}$ y obtener el punto $O \equiv A$.
3. Teniendo en cuenta que el segmento $\overline{A\text{-}2}$ es el eje mayor del rombo, se halla la mediatriz de $\overline{A\text{-}2}$, y sobre ella se lleva el valor del eje menor $\overline{A\text{-}3}$, definiendo los puntos B y D.
4. Unir los vértices A, B, C y D para obtener el rombo solicitado.

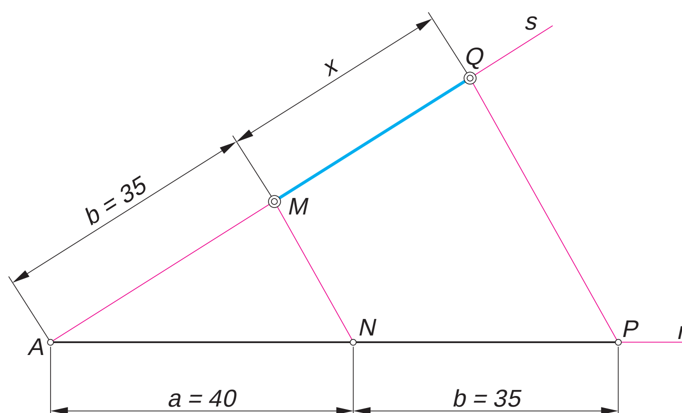


RELACIONES GEOMÉTRICAS
Proporcionalidad, semejanza, igualdad, equivalencia y simetría

TEMA 6

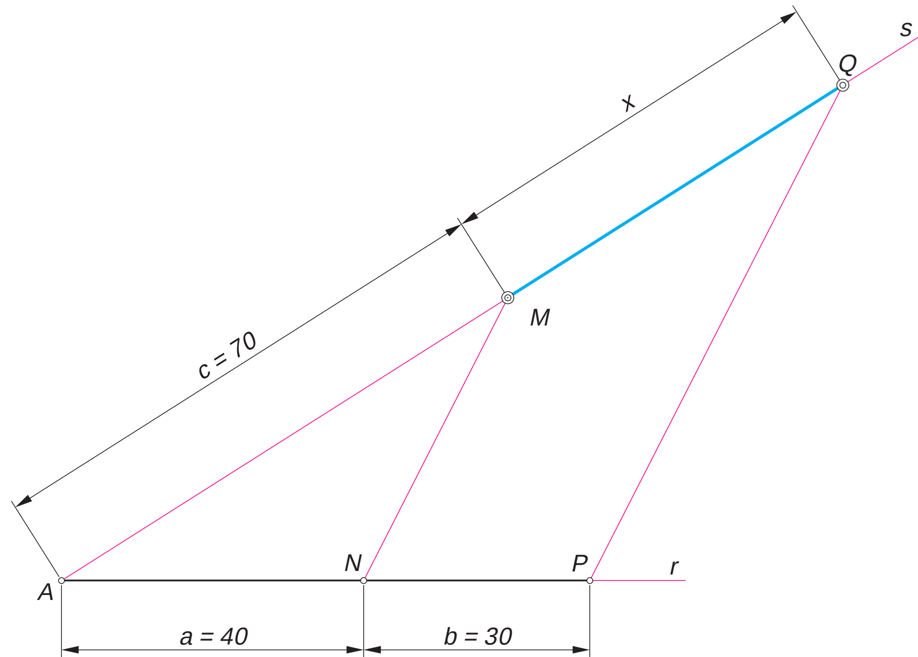
Actividad 1-1

1. Sobre una recta ***r*** llevar el segmento $a = 40$ mm y a continuación el $b = 35$ mm, obteniéndose los puntos A, N y P.
2. A partir de A, y sobre una recta cualquiera ***s***, se toma el segmento $b = 35$ mm, obteniendo el punto M.
3. Unir los puntos M y N, y por P trazar la paralela a $\overline{MN}$, obteniendo el punto Q. El segmento ***x*** $= \overline{MQ}$ es el *tercero proporcional a los segmentos* ***a*** *y* ***b***.



Actividad 1-2

1. Sobre una recta $\boldsymbol{r}$ llevar el segmento $a = 40$ mm y, a continuación, el $b = 30$ mm, obteniéndose los puntos A, N y P.
2. A partir de A, y sobre una recta cualquiera $\boldsymbol{s}$, se toma el segmento $c = 70$ mm, obteniendo el punto M.
3. Unir los puntos M y N, y por P trazar la paralela a $\overline{MN}$, obteniendo el punto Q. El segmento $\boldsymbol{x} = \overline{MQ}$ es el *cuarto proporcional solicitado.*



Actividad 1-3

Primer procedimiento **(Fig. 1)**

1. Se toma el segmento $a = 35$ mm y, superpuesto con él, el segmento $b = 40$ mm.
2. Trazar el arco capaz del segmento $\overline{AB}$ sobre el ángulo de 90º, que es la semicircunferencia de diámetro $AB = b = 40$ mm, y por P la perpendicular a $\overline{AB}$. El segmento $\boldsymbol{x} = \overline{AM}$ es el *medio proporcional entre los segmentos* ***a*** *y* ***b****.*

Segundo procedimiento **(Fig. 2)**

1. Dibujar los segmentos ***a*** y ***b***, uno a continuación del otro, y trazar la semicircunferencia de diámetro ($a + b = 75$ mm).
2. Por el punto P trazar una perpendicular al segmento $\overline{AB}$ que corta a la semicircunferencia en M. El segmento $\boldsymbol{x} = \overline{PM}$ es la altura sobre la hipotenusa y *medio proporcional de los segmentos dados* ***a*** *y* ***b****.*

Fig. 1

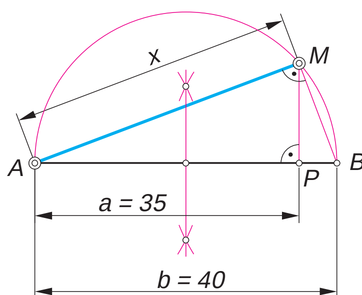
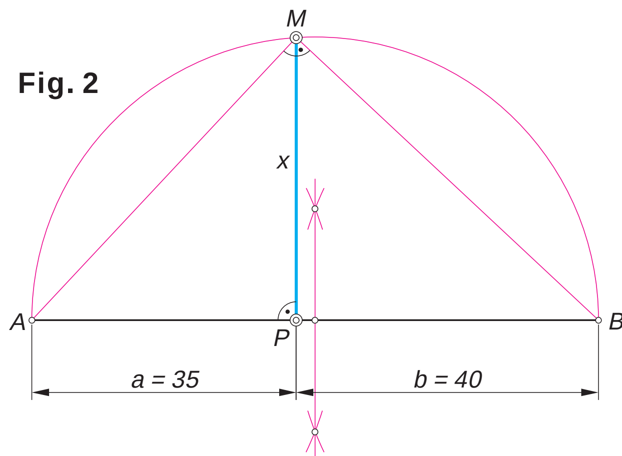
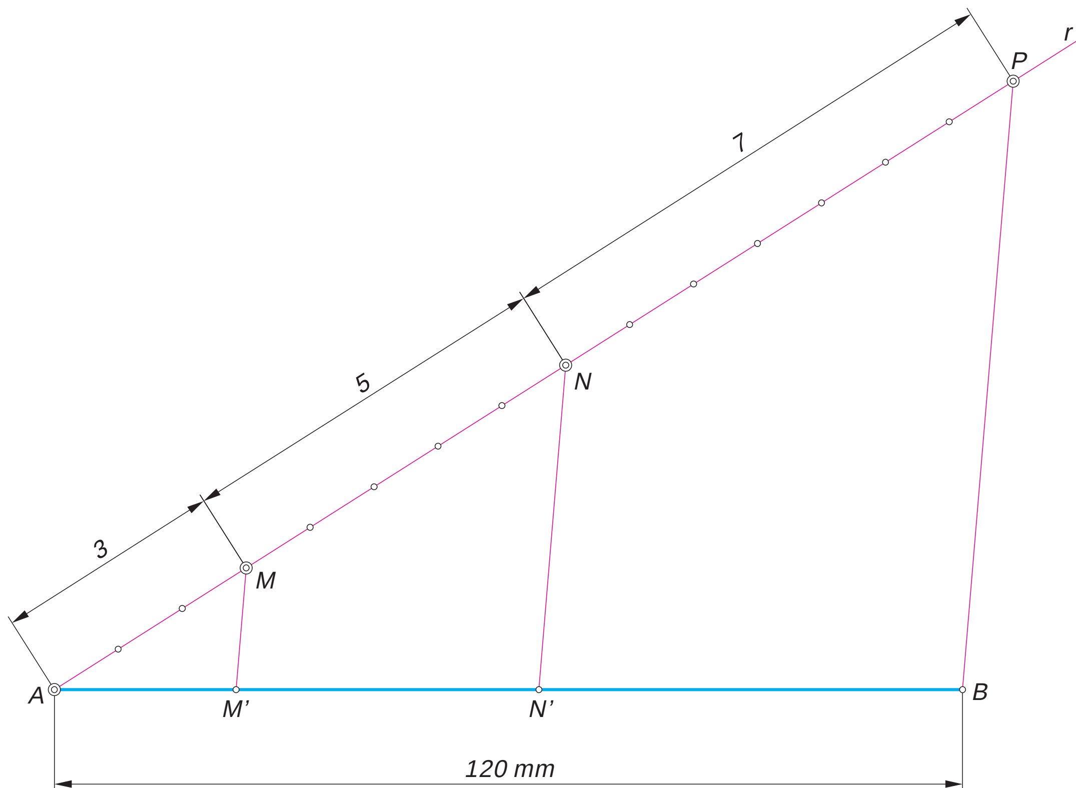


Fig. 2



Actividad 2

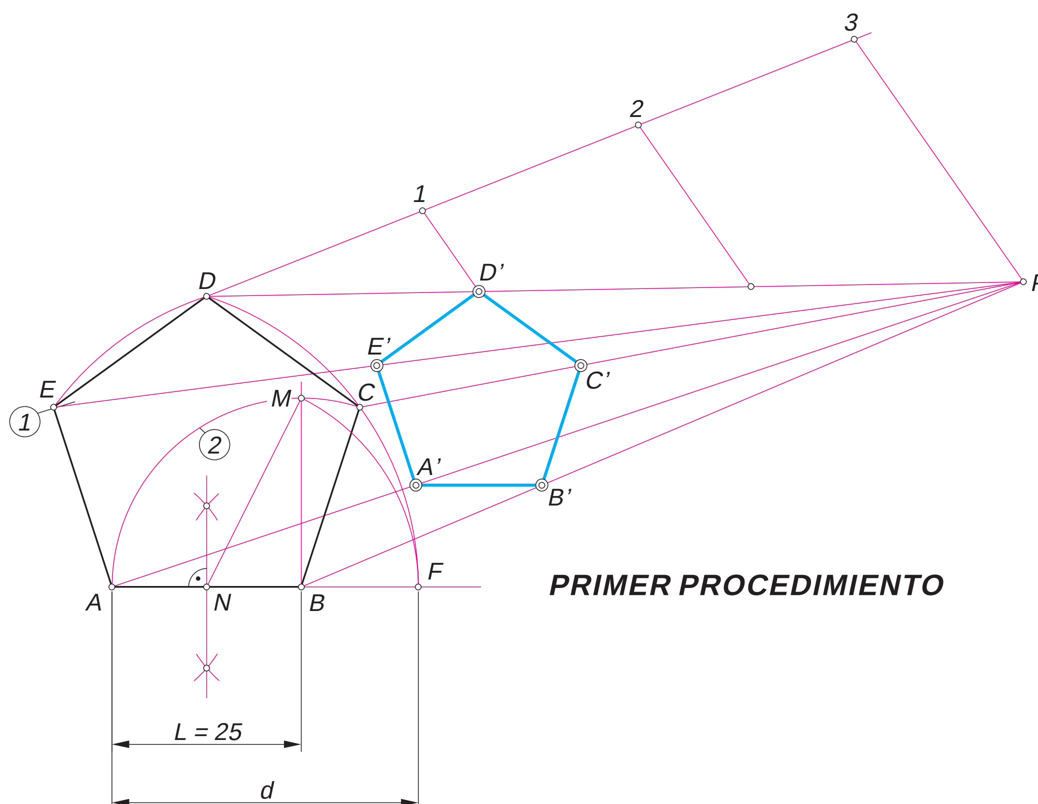
1. Dibujar el segmento $\overline{AB}$ de 120 mm de longitud.
2. Por el punto *A*, y sobre una recta cualquiera ***r***, se realizan 15 divisiones iguales, y se toman, uno a continuación del otro, los valores correspondientes a las divisiones *3*, *5* y *7*, obteniéndose, respectivamente, los puntos *M*, *N* y *P*.
3. Unir el punto *P* con el *B*, y por *M* y *N* trazar sendas paralelas al segmento $\overline{PB}$, determinando los puntos *N'* y *M'* sobre el segmento $\overline{AB}$. Los segmentos $\overline{AM'}$, $\overline{M'N'}$ y $\overline{N'B}$ son proporcionales, respectivamente, *a 3, 5 y 7.*



Actividad 3

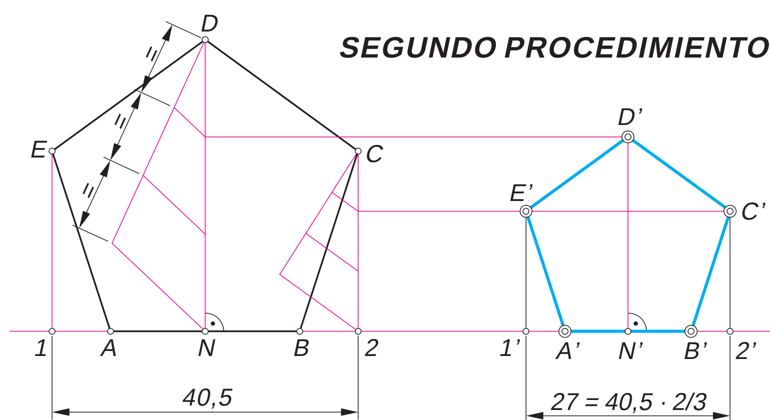
Primer procedimiento

1. Construir el pentágono regular ***ABCDE*** de lado $L = 25$ mm. Para ello:
   - Se toma $\overline{AB}$ y se traza la mediatriz de AB.
   - Se toma $\overline{BM} = \overline{BA}$ con ayuda del arco *2*; con centro en N y radio $\overline{NM}$ se traza el arco $\widehat{MF}$; el segmento $\overline{AF}$ es la diagonal ***d*** del pentágono que se busca.
   - Con radio ***d*** y centros en A y B se trazan dos arcos que se cortan en D.
   - Con centro en A y radio $L = \overline{AB}$ se traza el arco *1*, que corta en E el arco $\widehat{DE}$ de centro en B; de la misma forma se obtiene el punto C.
2. Se toma un punto cualquiera P y se une con los vértices del pentágono. El segmento $\overline{DP}$ se divide en *3* partes iguales y se fija el punto D', homólogo del D siendo $\overline{D'P} = 2/3\ \overline{DP}$.
3. Por D' se traza la paralela a DC hasta que corte en C' a CP; se sigue así por medio de paralelas construyendo el pentágono ***D'C'B'A'E'***. (El punto P puede esta situado sobre el pentágono, exterior a él o dentro del mismo).



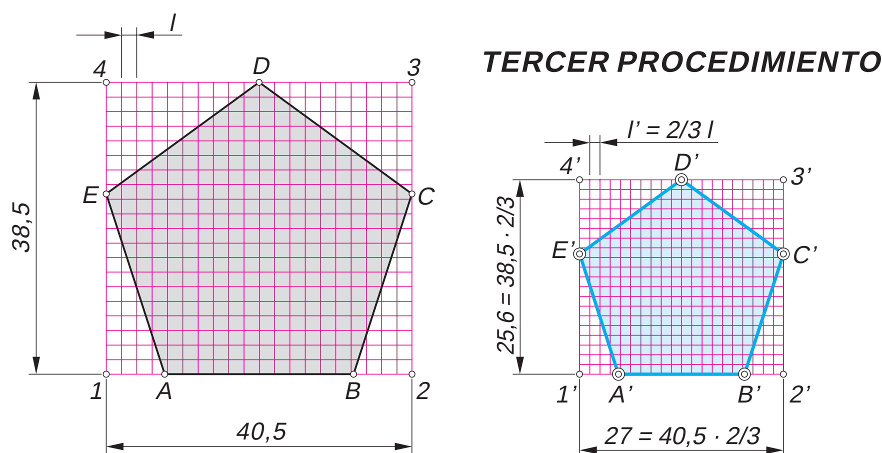
Segundo procedimiento, por coordenadas

1. Se construye el pentágono de $L = 25$ mm.
2. Como la razón de semejanza es $R = 2/3$, se toma $\overline{1'A'} = 2/3\ \overline{1A}$, $\overline{A'B'} = 2/3\ \overline{AB}$ y $\overline{B'2'} = 2/3\ \overline{B2}$.
3. Los segmentos $\overline{DN}$ y $\overline{C2}$ se dividen en tres partes iguales y se llevan las alturas correspondientes a los *2/3* obteniéndose los vértices C', D' y E' del pentágono semejante al dado con $R = 2/3$.



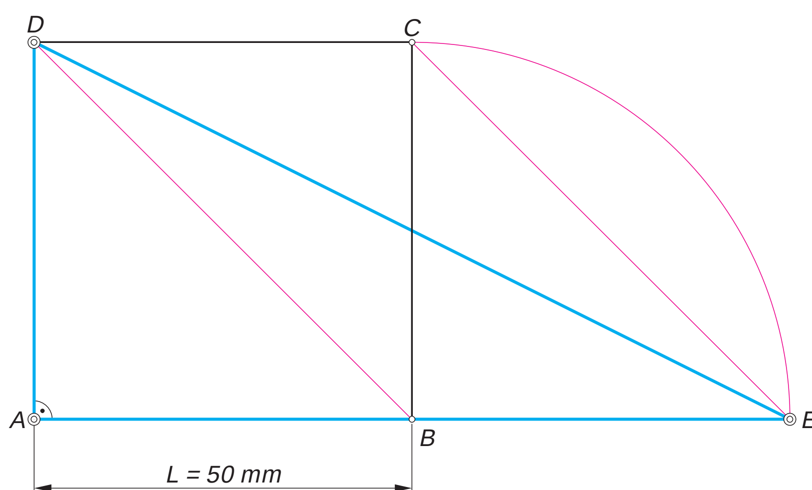
Tercer procedimiento, sistema de la cuadrícula

1. Una vez dibujado el pentágono de $L = 25$ mm se construye una cuadrícula *1234* de lado $\boldsymbol{l}$.
2. Se toma otra cuadrícula *1'2'3'4'* de lado $\boldsymbol{l'} = 2/3\,l$, y sobre ésta se marcan los puntos *A'*, *B'*, *C'*, *D'* y *E'* que configuran el pentágono semejante al dado.



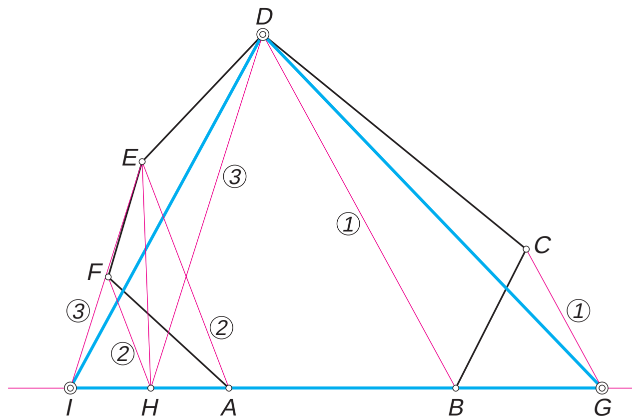
Actividad 5

1. Dibujar el cuadrado *ABCD* de lado $l = 50$ mm.
2. Por *C* trazar una paralela a la diagonal $\overline{DB}$ hasta que corte a la prolongación del segmento $\overline{AB}$ en el punto *E*.
3. Uniendo los puntos *A*, *D* y *E* se obtiene el triángulo equivalente al cuadrado de lado 50 mm.



Actividad 6

1. Dibujar el polígono convexo irregular de *6* lados *ABCDEF*.
2. Se toma una diagonal del polígono, por ejemplo, la $\overline{DB}$, tal que deje aislado a un solo vértice, el *C*; se prolonga el lado $\overline{AB}$ hasta que corte a la paralela a la diagonal $\overline{DB}$ trazada por *C*; de este modo, se obtiene el vértice *G* del nuevo polígono *GAFED* equivalente al dado pero con un lado menos.
3. Del mismo modo se procede con las diagonales *2* y *3* obteniéndose el triángulo final *IGD* semejante al polígono *ABCDEF*.



Actividad 7

En la figura de análisis podemos apreciar que el lado ***L*** del cuadrado es igual a la media proporcional ***x*** de los segmentos ***a*** y ***b***, es decir, de los lados del rectángulo equivalente, dado que, según la definición de media proporcional, $a/x = x/b$, y en consecuencia $x^2 = a \cdot b$. Si tenemos en cuenta que, $x^2 = L^2$ = *Área del cuadrado* y $a \cdot b$ = *Área del rectángulo*, podemos establecer que el cuadrado de lado ***L*** = ***x*** es equivalente al rectángulo de lados ***a*** y ***b***.

Por otro lado, la mediatriz ***r*** del lado $\overline{CE}$ del triángulo rectángulo inscrito en la semicircunferencia debe pasar por el punto *M*, centro de la misma.

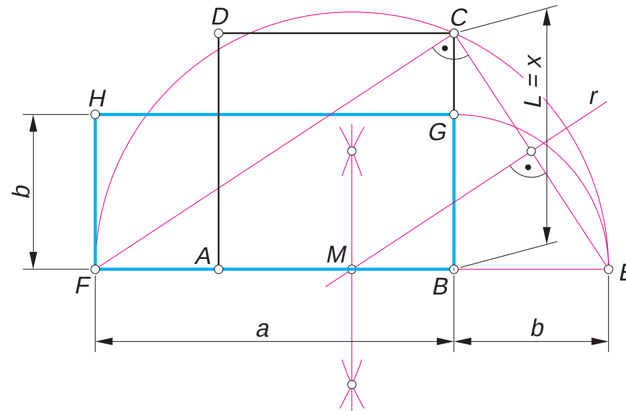
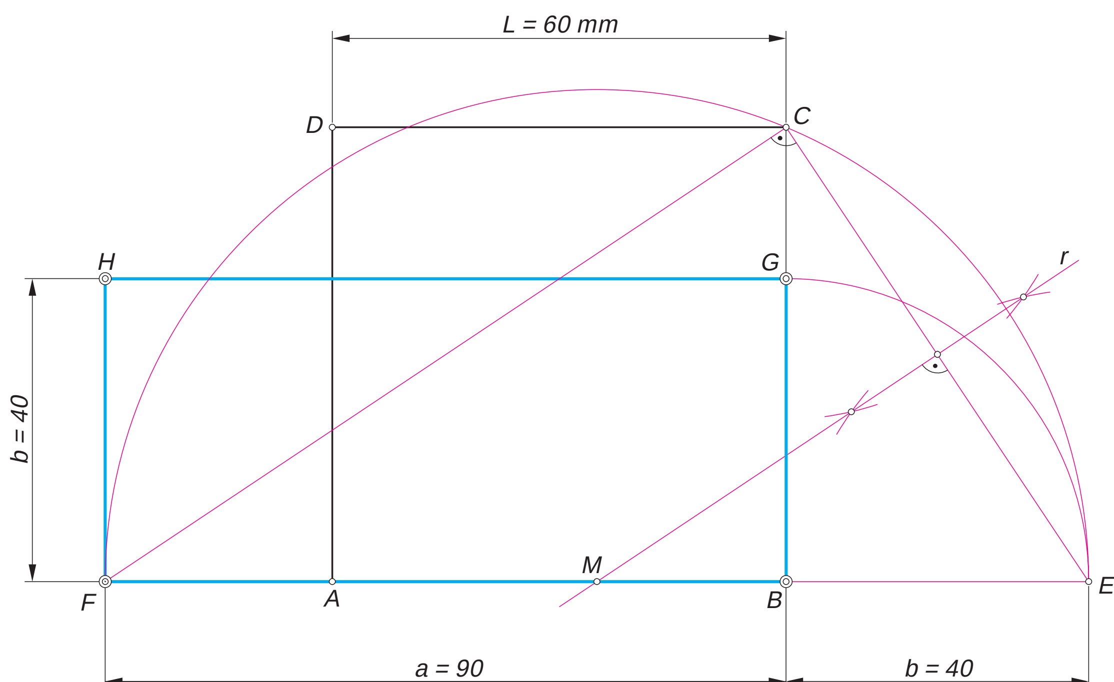


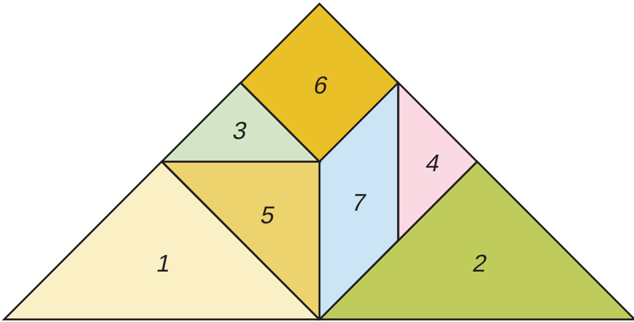
Figura de análisis

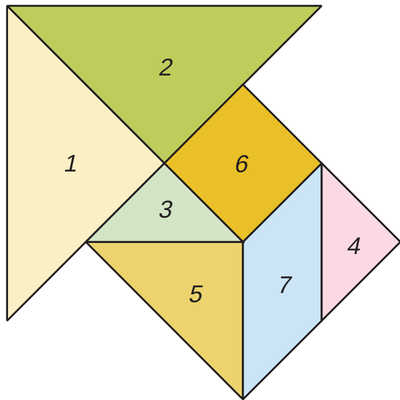
Método de construcción:

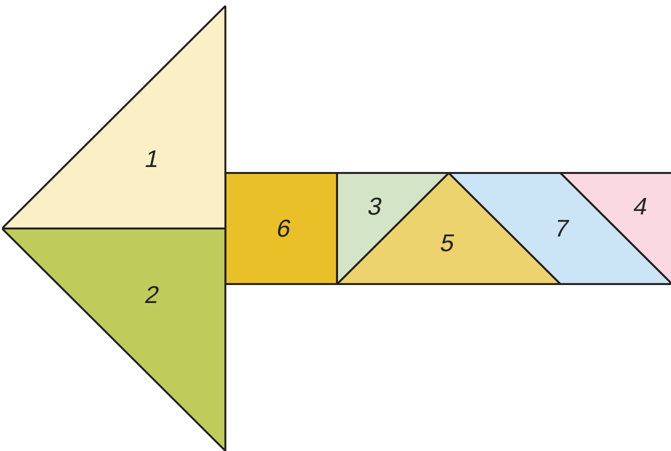
1. Dibujar el cuadrado *ABCD* de lado *L* = 60 mm.
2. Sobre la prolongación del lado $\overline{AB}$, y a partir de *B*, situar el lado *b* = 40 mm del rectángulo que define el punto *E*. Uniendo *E* con *C* se forma el cateto menor del triángulo rectángulo del arco capaz del segmento $\overline{FE}$ bajo el ángulo de 90º.
3. Trazar la mediatriz *r*, del lado $\overline{CE}$, que corta al cuadrado en el punto *M* centro del arco capaz; con centro en *M*, y radio igual al segmento $\overline{ME}$, trazar la semicircunferencia que define el punto *F*. El segmento $\overline{FB}$ es el lado mayor del rectángulo equivalente.
4. Haciendo centro en *B*, y con radio $\overline{BE}$, se obtiene el punto *G* y el rectángulo.

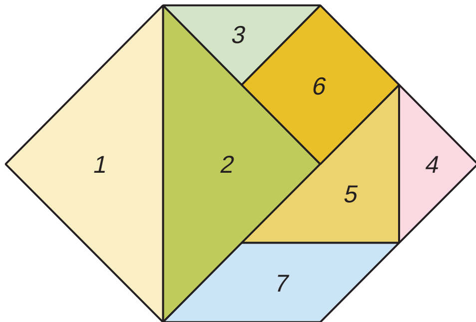


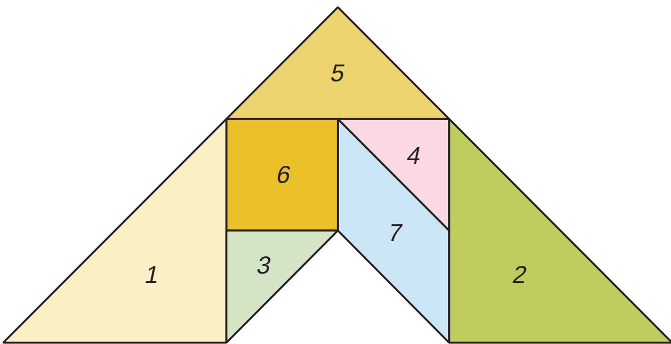
Actividad 8









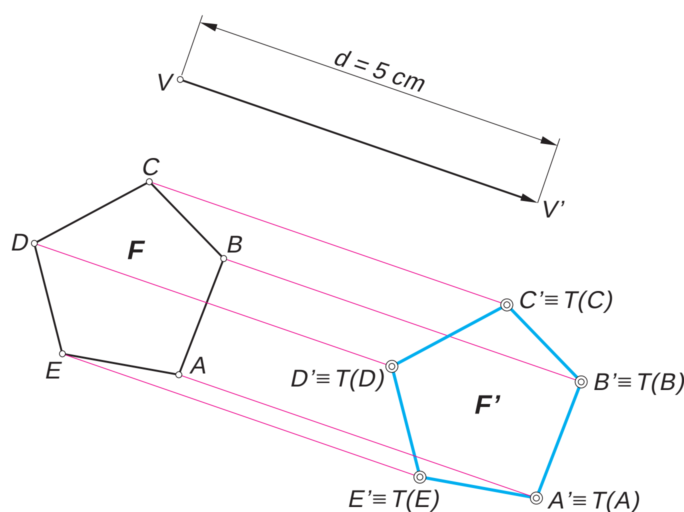


TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS
Traslación, giro y homotecia

TEMA 7

Actividad 1

1. Dibujar la figura poligonal $\boldsymbol{F} = ABCDE$ y el vector traslación $\overrightarrow{VV'} = 5$ cm.
2. A partir de los puntos A, B, C, D y E se trazan segmentos de igual magnitud y paralelos al vector traslación, obteniéndose los puntos A', B', C', D' y E' que al unirlos se obtiene la figura transformada $\boldsymbol{F'}$ de la $\boldsymbol{F}$ dada.

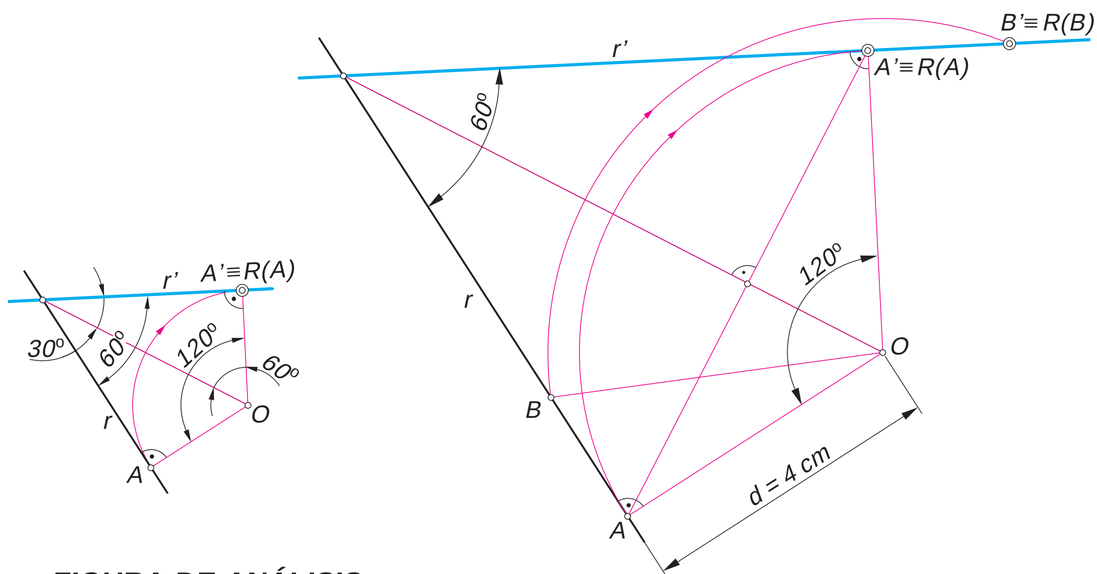


Actividad 2

Observando la figura de análisis se deduce que el centro de giro, *O*, que transforma la recta ***r*** en *r'* equidista de ambas, por lo tanto, pertenece a la bisectriz de uno de los ángulos que forman las rectas *r* y *r'*. Teniendo en cuenta que este ángulo debe medir 60º, el ángulo de giro, siguiendo el sentido de las agujas del reloj, del punto *A*, pie de la perpendicular por *O* a la recta *r*, será 120º, tal y como se aprecia en dicha figura.

Procedimiento de construcción:

1. Por *O* se traza la perpendicular a la recta dada *r* obteniendo el punto *A*.
2. Se construye el ángulo $\widehat{AOA'}$ de 120º, y se une *O* con *A'* para obtener el segmento $\overline{OA'}$.
3. Al trazar, por el punto *A'*, la perpendicular al segmento $\overline{OA'}$ se obtiene la recta *r'* transformada de *r* y que forma con ella un ángulo de 60º.



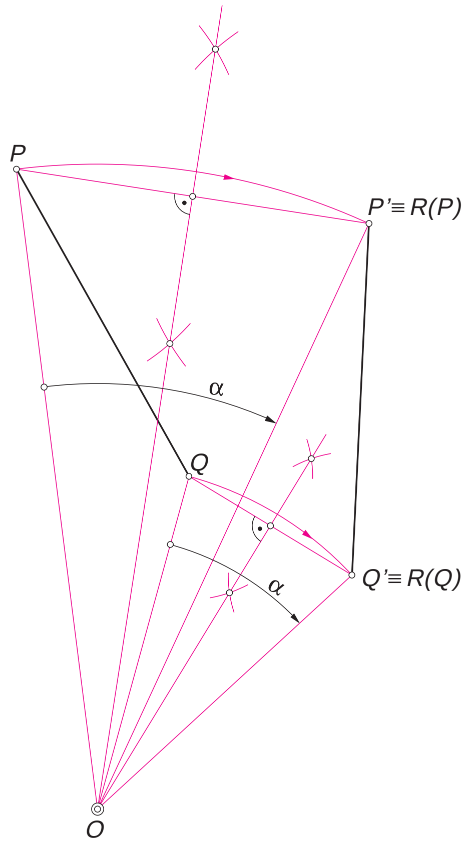
Actividad 3

Algunas de las múltiples aplicaciones pueden ser:

- Estructuras y redes modulares.
- Para el diseño de logotipos.
- En mosaicos decorativos.
- Adornos arquitectónicos.
- Señales, símbolos y anagramas.
- En Arquitectura.
- En Diseño Gráfico.
- En el diseño y talla de muebles.

Actividad 4

El centro de giro que lleva al punto *P* a la posición *P'* ha de pertenecer a la mediatriz del segmento $\overline{PP'}$, y lo mismo podría decirse para llevar el punto *Q* a la posición *Q'*. Por lo tanto, el centro de giro de la transformación se encuentra en el punto de intersección de ambas mediatrices, punto *O*.



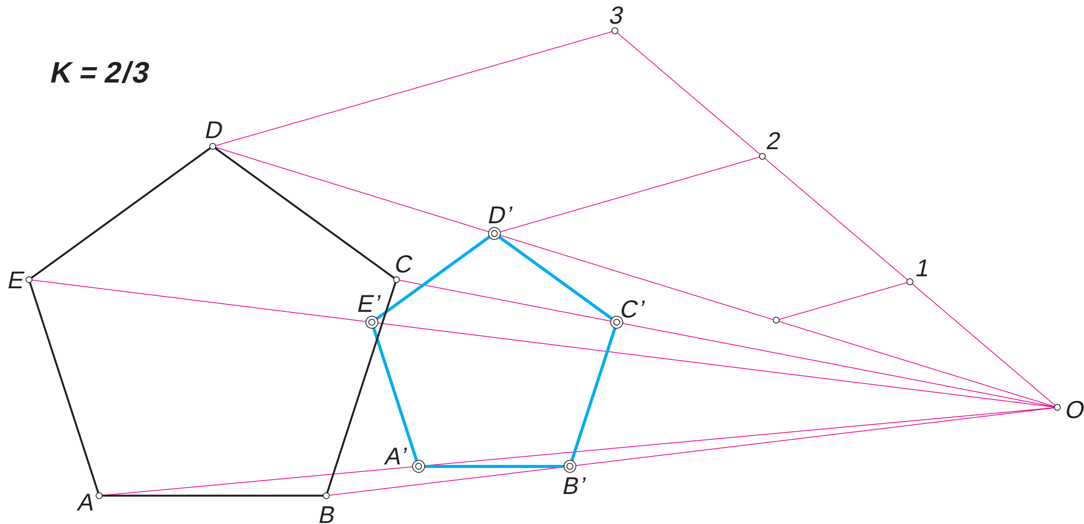
Actividad 5

Dibujaremos, por ejemplo, un pentágono regular de $L = 30$ mm.

Primer caso: la razón de homotecia es $K = 2/3$.

Para valores positivos de K, las parejas de puntos homotéticos u homólogos, por ejemplo, A y A', se hallan situados del mismo lado respecto de O, y se dice que la homotecia es directa.

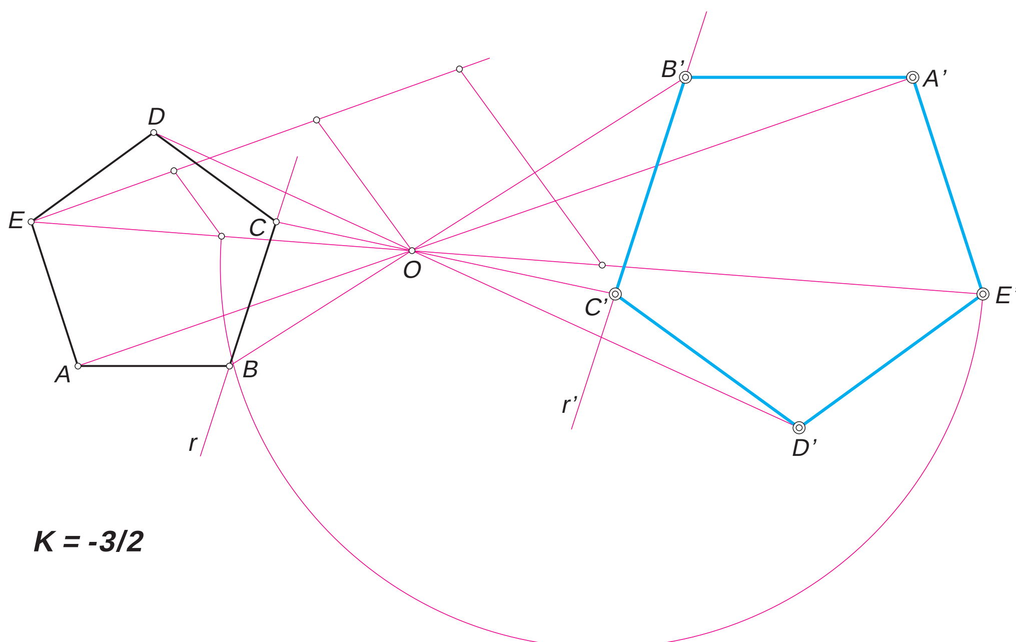
Teniendo en cuenta que dos figuras homotéticas son semejantes, para su construcción seguiremos los mismos pasos y razonamiento de la actividad 3 (primer procedimiento) del tema 6.



Segundo caso: la razón de homotecia es $K = -3/2$.

Cuando la razón de homotecia es negativa, es decir, $K = -3/2$, los puntos homólogos, por ejemplo, A y A', están situados a distinto lado del centro O, y la homotecia se dice que es inversa.

Teniendo en cuenta que una pareja de rectas homólogas son paralelas, caso de r y r', la construcción del pentágono $A'B'C'D'E'$ es relativamente sencilla. Basta con hallar, por ejemplo, E', y a partir de este punto trazar paralelas al resto de lados del pentágono origen.

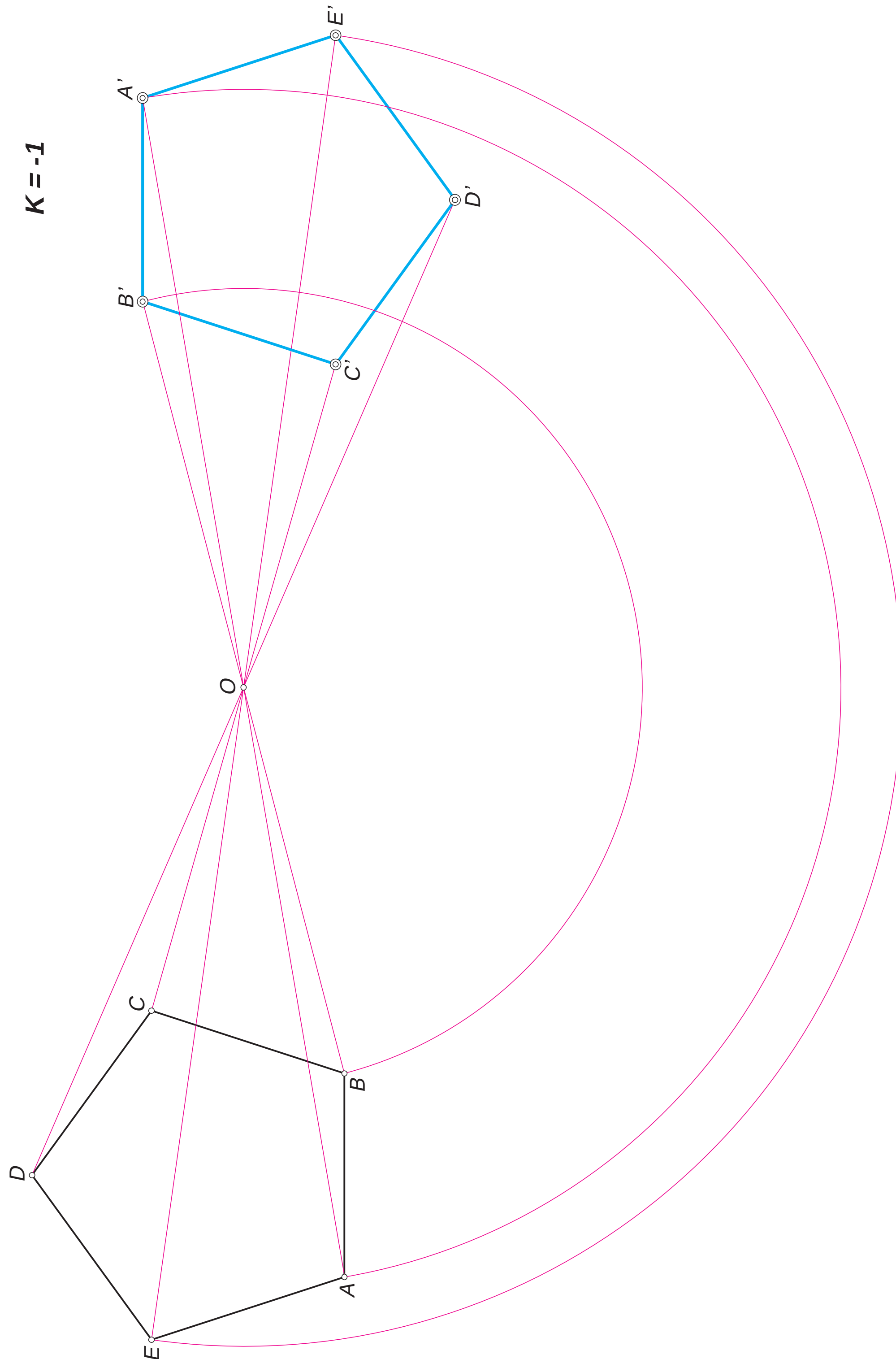


Tercer caso: la razón de homotecia es $K = -1$.

Cuando la razón de homotecia $K = -1$, la homotecia es equivalente a una simetría central, ya que A y A', B y B', etc, son simétricos de O, es decir, equidistan de O y están en línea recta con él.

Para construir el pentágono homotético se une, por ejemplo, E con O, y sobre esta recta, a partir de O, se lleva el valor del segmento $\overline{EO}$ hasta obtener E'; con el resto de puntos se procede del mismo modo.

Los lados homotéticos, por ejemplo, $\overline{DE}$ y $\overline{D'E'}$, son paralelos.



CURVAS TÉCNICAS
Elipse, hipérbola y parábola
Definición y trazado

TEMA 10

Actividad 1

1º **Determinar un punto *A* de la curva**:

- Se dibujan los ejes $\overline{AB} = 2a = 80$ mm y $\overline{CD} = 2b = 50$ mm.
- Con centro en *C* o *D* y radio ***a***, se corta el eje mayor en *F* y *F'*, focos de la curva.
- Se toma un punto *N* cualquiera en el eje mayor; con radio $\overline{AN}$ y centro en *F* se traza el arco *2* y con radio $\overline{NB}$ y centro en *F'*, se traza el arco *1*; estos dos arcos se cortan en el punto *M*, que es el punto ***A*** de la elipse que se ha solicitado.

2º **Dibujar un cuadrante de la curva por puntos aplicando su definición**. Para dibujar este cuadrante se trazan una serie de puntos (*1*, *2*, *3*, *4*) cualesquiera en el eje mayor.

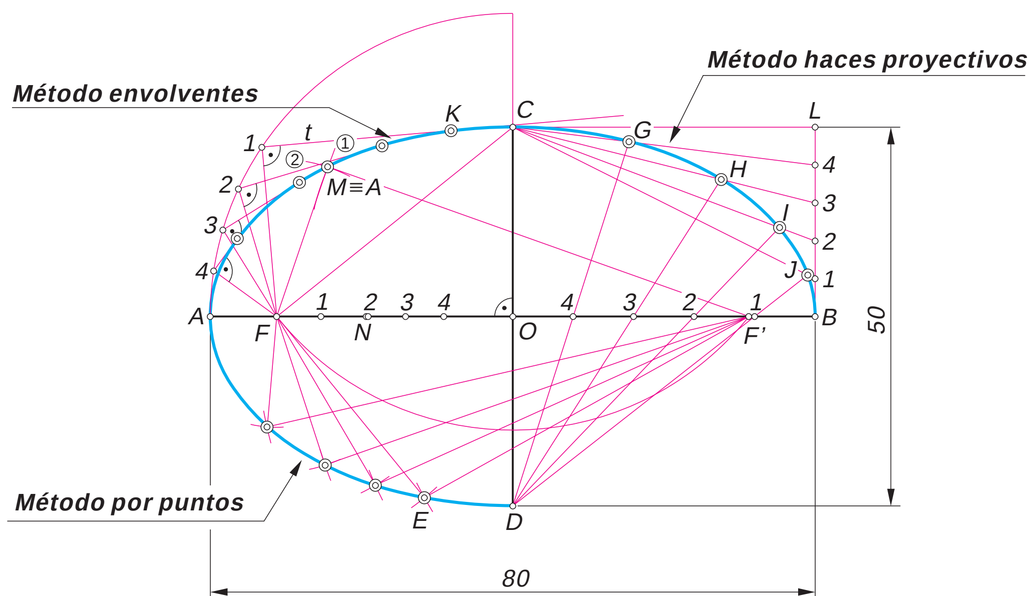
- Con radios $\overline{A1}$, $\overline{A2}$, $\overline{A3}$ y $\overline{A4}$ y centro en *F* se traza una serie de arcos y con radios $\overline{1B}$, $\overline{2B}$, $\overline{3B}$ y $\overline{4B}$ y centro en *F'* se trazan otros arcos; estos arcos se cortarán respectivamente con los trazados desde *F* definiendo una serie de puntos, por ejemplo *E*, de la elipse, tal y como se ha visto en el punto anterior, que uniéndolos se dibuja el cuadrante pedido.

3º **Dibujar otro cuadrante de la curva por medio de haces proyectivos:**

- Se construye el rectángulo *OCLB* y se dividen los segmentos $\overline{OB}$ y $\overline{LB}$ en el mismo número de partes iguales, cinco en la figura.
- Los rayos *D1*, *D2*, *D3* y *D4* se cortan respectivamente con los rayos *C1*, *C2*, *C3* y *C4* en los puntos *J*, *I*, *H* y *G* de la elipse.

4º **Dibujar otro cuadrante de la curva por medio de envolventes:**

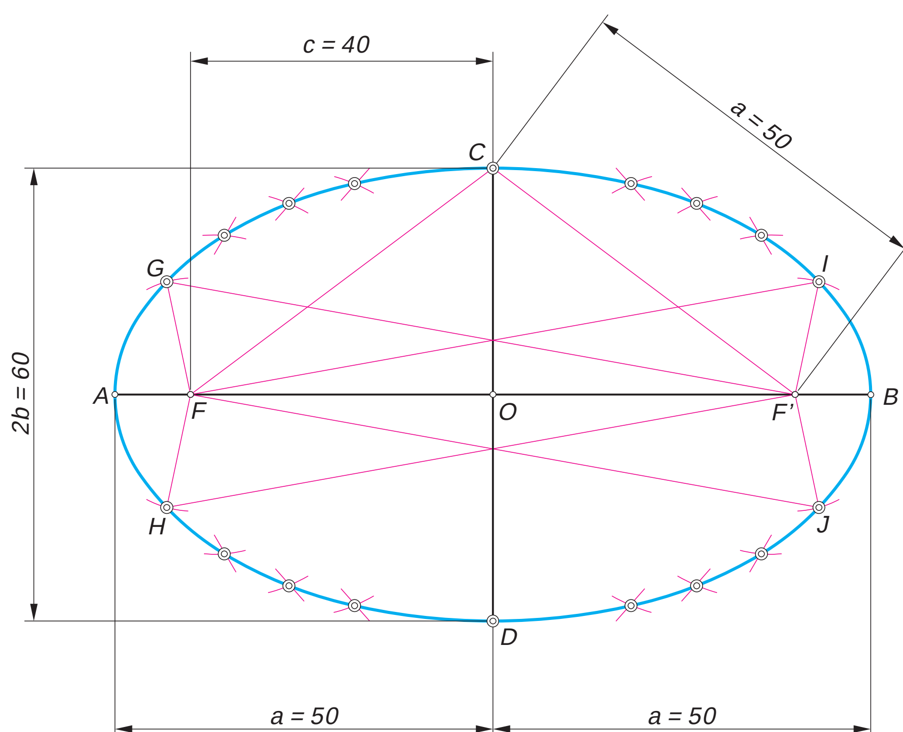
- Esta construcción se funda en que la circunferencia principal de diámetro *2a* y centro *O* es el lugar geométrico de los pies de las perpendiculares trazadas por cada foco a las tangentes. Las envolventes son, pues, las tangentes.
- Se traza la circunferencia principal de centro *O* y radio $\overline{OA}$.
- Se toman una serie de puntos (*1*, *2*, *3*, *4*) cualesquiera en esta circunferencia principal; se une, por ejemplo, *1* con *F* y se traza la perpendicular ***t*** por *1* a $\overline{F1}$; la recta ***t*** es tangente a la elipse en el punto *K*; repitiendo esta operación con los puntos *2*, *3* y *4* se obtienen una serie de tangentes que van envolviendo la curva.



Actividad 2

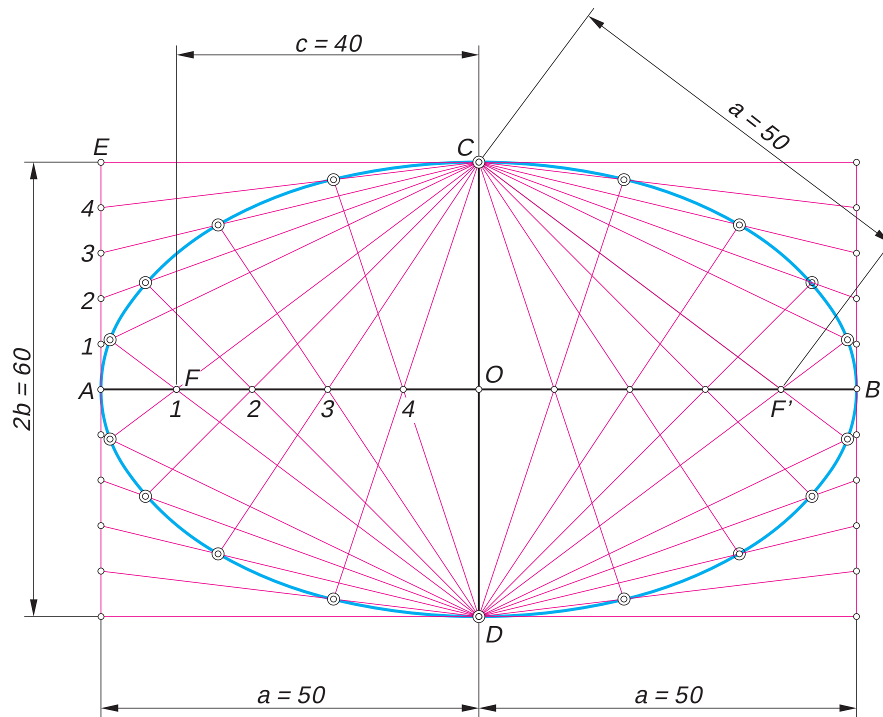
1º ***Construcción de la elipse por puntos***.

- Se traza el eje mayor $\overline{AB} = 2a = 100$ mm y se dibuja su mediatriz.
- Con radio $c = 40$ mm y centro O, se sitúan sobre el eje mayor los focos F y F'.
- Con centro en F o F' y radio $a = 50$ mm, se corta a la mediatriz en C y D, extremos del eje menor de la elipse.
- A partir de aquí se procede como se ha descrito en los apartados 1 y 2 de la actividad anterior.



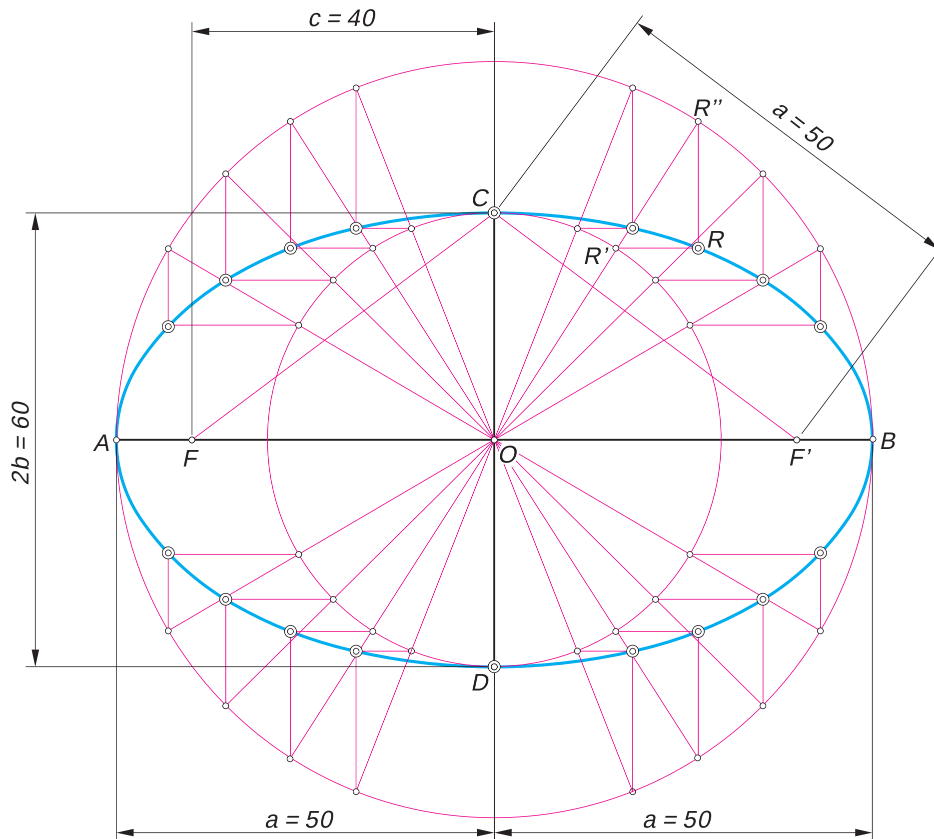
2º ***Trazado de la elipse por haces proyectivos***.

- Se traza el eje mayor $\overline{AB} = 2a = 100$ mm y se dibuja su mediatriz.
- Con radio $c = 40$ mm y centro O, se sitúan sobre el eje mayor los focos F y F'.
- Con centro en F o F' y radio $a = 50$ mm, se corta a la mediatriz en C y D, extremos del eje menor de la elipse.
- Se construye el rectángulo $OCEA$ y se dividen los segmentos $\overline{OA}$ y $\overline{AE}$ en el mismo número de partes iguales, cinco en la figura.
- Los rayos $D1$, $D2$, $D3$ y $D4$ se cortan respectivamente con los rayos $C1$, $C2$, $C3$ y $C4$ en puntos de la elipse.



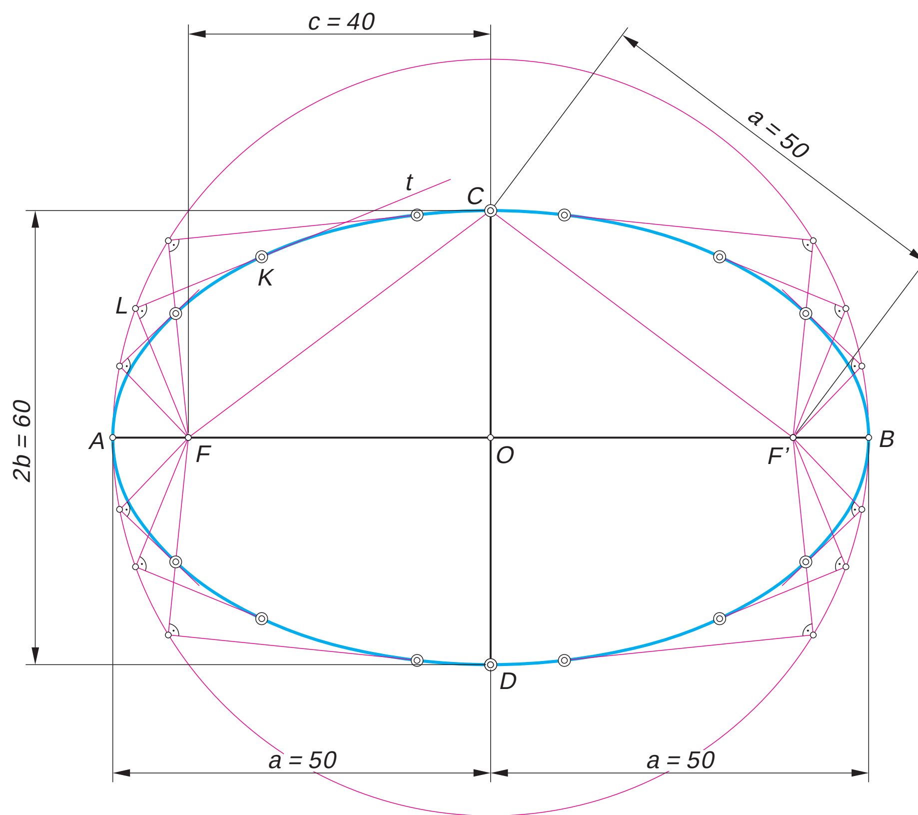
3º ***Trazado de la elipse por puntos mediante la circunferencia principal y la de diámetro* 2b**.

- Se traza el eje mayor $\overline{AB} = 2a = 100$ mm y se dibuja su mediatriz.
- Con radio $c = 40$ mm y centro O, se sitúan sobre el eje mayor los focos F y F'.
- Con centro en F o F' y radio $a = 50$ mm, se corta a la mediatriz en C y D, extremos del eje menor de la elipse.
- Con centro en O, se traza la circunferencia principal de radio $a = 50$ mm y la de radio $b = 30$ mm.
- Se traza un radio cualquiera que corta en R' y R'' a las dos circunferencias; por R' se traza la paralela a $\overline{AB}$ y por R'' la paralela a $\overline{CD}$, que se corta con la anterior en el punto R de la elipse.
- Esta operación se repite numerosas veces.



4º ***Trazado de la elipse por puntos mediante envolventes***.

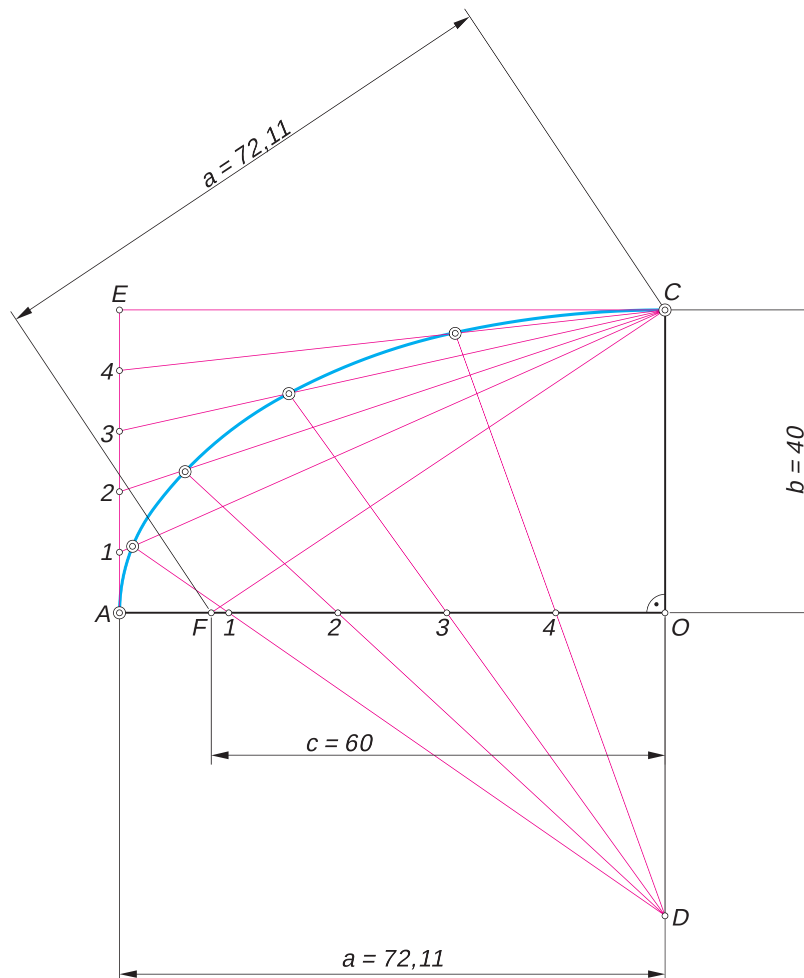
- Se traza el eje mayor $\overline{AB} = 2a = 100$ mm y se dibuja su mediatriz.
- Con radio $c = 40$ mm y centro O, se sitúan sobre el eje mayor los focos F y F'.
- Con centro en F o F' y radio $a = 50$ mm, se corta a la mediatriz en C y D, extremos del eje menor de la elipse.
- Se traza la circunferencia principal de centro O y radio $\overline{OA}$.
- Se toma un punto cualquiera L de esta circunferencia principal, se une con F y se traza la perpendicular ***t*** por L a $\overline{FL}$; la recta ***t*** es tangente a la elipse en el punto K; repitiendo esta operación se obtienen una serie de tangentes que van envolviendo la curva.



Actividad 3

El cuadrante de la curva se ha dibujado por medio de haces proyectivos.

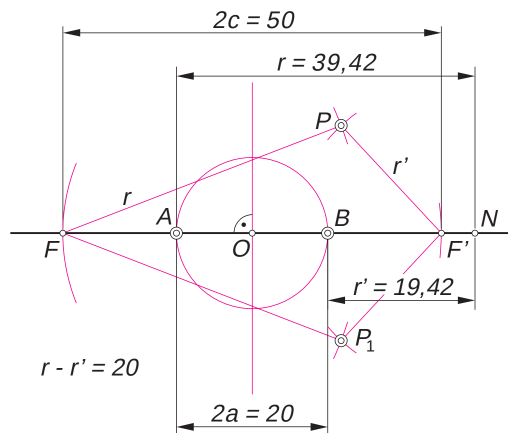
- Se traza el segmento $\overline{FO} = c = 60$ mm y, perpendicular a él, el semieje menor $\overline{CO} = b = 40$ mm.
- Con radio $\overline{CF}$ y centro O, se traza un arco que corta a la prolongación de $\overline{OF}$ en el punto A, extremo del semieje mayor.
- Se construye el rectángulo $OCEA$ y se dividen los segmentos $\overline{OA}$ y $\overline{AE}$ en el mismo número de partes iguales, cinco en la figura.
- Los rayos $D1$, $D2$, $D3$ y $D4$ se cortan respectivamente con los rayos $C1$, $C2$, $C3$ y $C4$ en puntos de la elipse.



Actividad 4

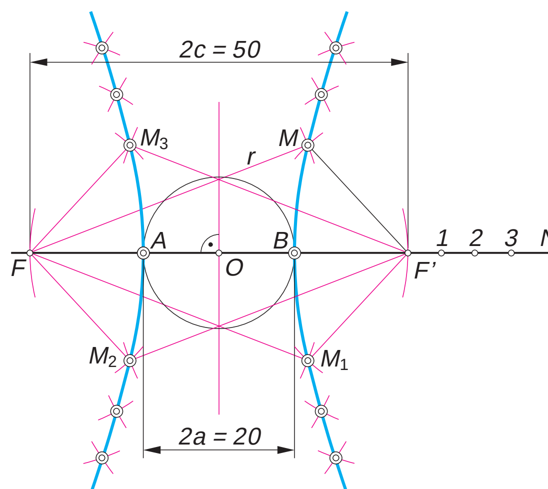
1º ***Determinar un punto cualquiera de la curva.***

- Se dibujan los datos $\overline{AB} = 2a = 20$ mm y $\overline{FF'} = 2c = 50$ mm.
- Se toma un punto *N* cualquiera en el eje real $\overline{AB}$ y con radios $\overline{AN}$ y $\overline{BN}$ y centros en *F* y *F'* se trazan dos arcos que se cortan en *P*, punto de la hipérbola solicitado.



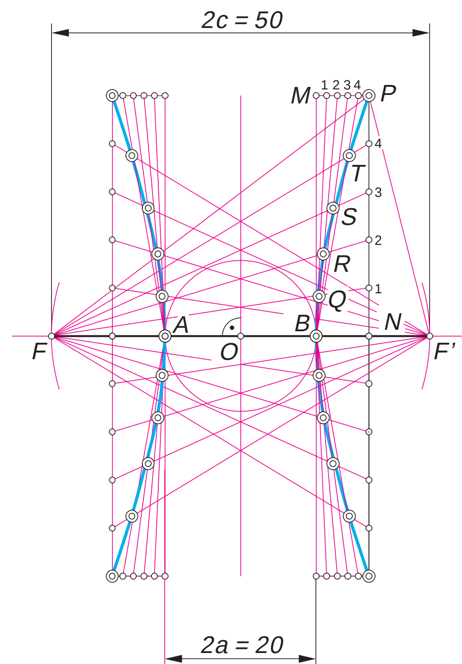
2º ***Construcción de la hipérbola por puntos a partir de los ejes*** (Primer procedimiento).

- Se dibujan los datos $\overline{AB} = 2a = 20$ mm y $\overline{FF'} = 2c = 50$ mm.
- Se toma un punto *1* cualquiera en el eje real $\overline{AB}$ y con radios $\overline{A1}$ y $\overline{B1}$ y centros en *F* y *F'* se trazan dos arcos que se cortan en *M*, punto de la hipérbola.
- Para obtener otros puntos de la curva se toman los puntos *2* y *3* del eje real.



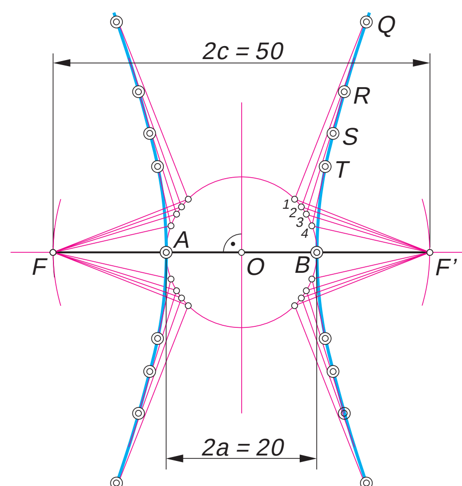
3º ***Construcción de la hipérbola por medio de haces proyectivos*** (Segundo procedimiento).

- Se dibujan los datos $\overline{AB} = 2a = 20$ mm y $\overline{FF'} = 2c = 50$ mm.
- Se halla, por el procedimiento indicado en el apartado 1º de esta actividad, un punto cualquiera *P* de la curva y se construye el rectángulo *BMPN*.
- Se dividen los lados $\overline{MP}$ y $\overline{PN}$ en un número cualquiera de partes iguales que se unen con los puntos *B* y *F*, respectivamente.
- Los puntos de intersección de los rayos homónimos u homólogos de estos haces son puntos de la hipérbola, en concreto, los puntos *Q*, *R*, *S* y *T*.
- De la misma forma se construye la parte inferior de la curva.



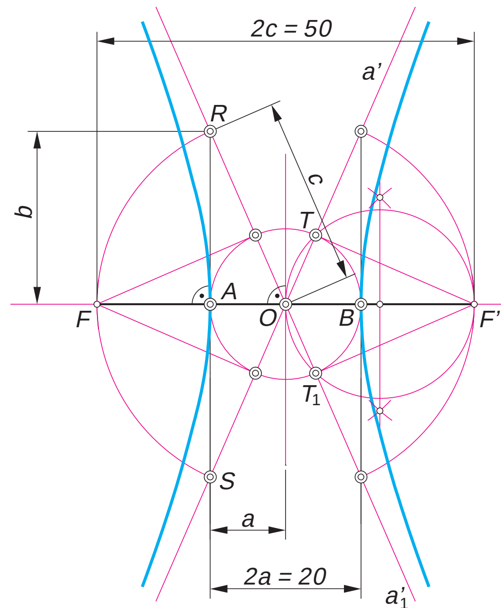
4º ***Construcción de la hipérbola por envolventes*** (Tercer procedimiento).

- Se dibujan los datos $\overline{AB} = 2a = 20$ mm y $\overline{FF'} = 2c = 50$ mm.
- Se construye la circunferencia principal de centro *O* y radio $a = \overline{OA} = \overline{OB} = 10$ mm.
- Al igual que en la elipse, basta tomar puntos en la circunferencia principal, por ejemplo, los puntos *1*, *2*, *3* y *4*, unirles con *F'* y trazar las correspondientes perpendiculares, que son tangentes a la curva, por ejemplo, en los puntos *Q*, *R*, *S* y *T*.



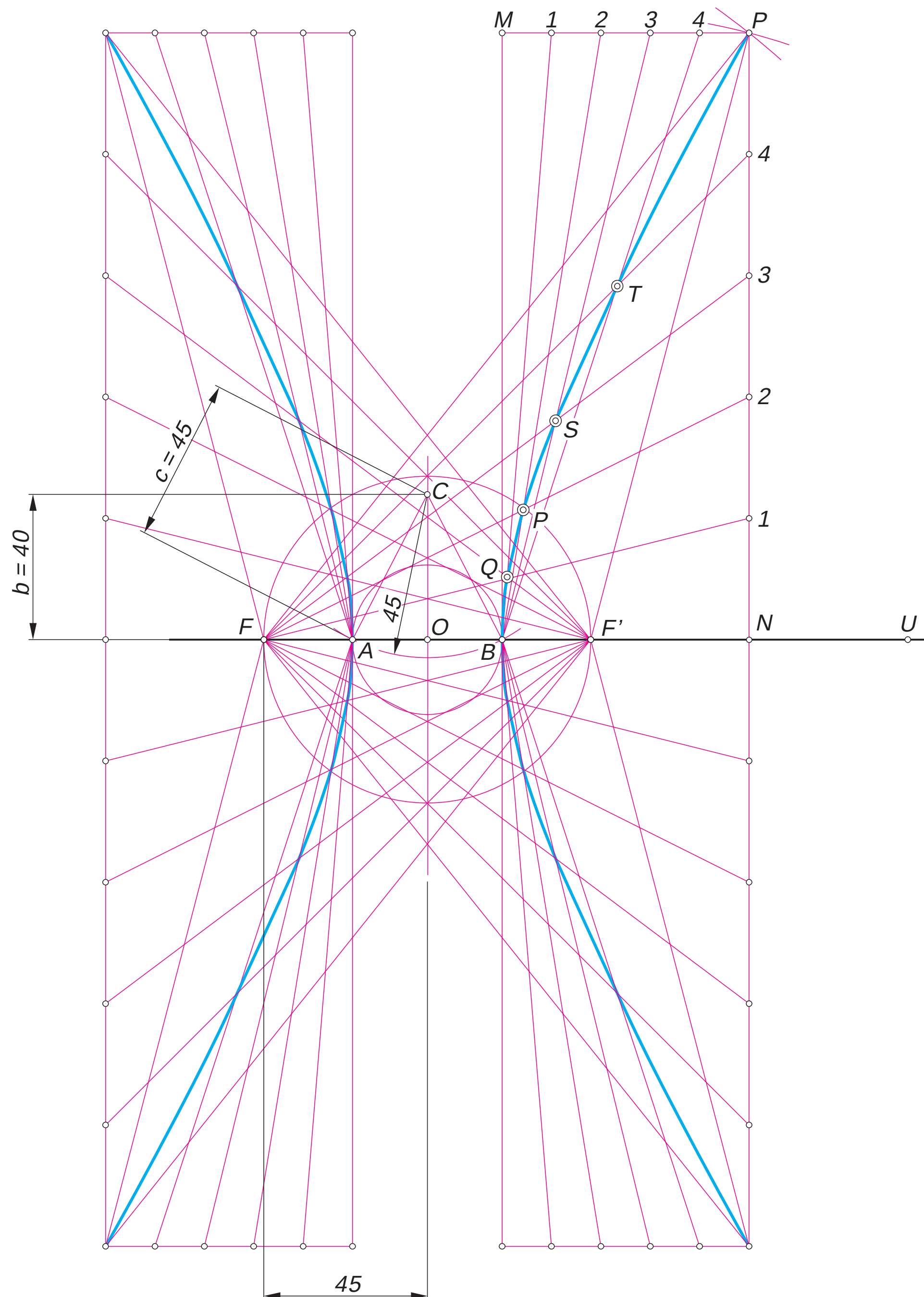
5º ***Construcción de las asíntotas.***

- Se dibujan los datos $\overline{AB} = 2a = 20$ mm y $\overline{FF'} = 2c = 50$ mm.
- La circunferencia principal, de centro O y radio $a = \overline{OA} = \overline{OB} = 10$ mm, corta a la de diámetro $\overline{OF'}$ en los puntos T y T_1. Las rectas $\overline{OT}$ y $\overline{OT_1}$ son las asíntotas a' y a'_1.
- También se obtienen uniendo el punto O con los puntos R y S donde corta a la circunferencia de diámetro $\overline{FF'}$ (radio $= c$) la perpendicular por A al eje real. El triángulo R-A-O es rectángulo y sus lados a, b y c.



Actividad 5

1. Se dibujan los ejes de la hipérbola de centro O; sobre el eje imaginario, se lleva, a partir de O, el valor de $b = 40$ mm, formándose el punto C.
2. Con radio $\overline{CA} = c = 45$ mm y centro C, se traza un arco que corta, en A y B, al eje mayor.
3. Haciendo centro en O y radio $c = 45$ mm, se traza la circunferencia que corta al eje principal en los puntos F y F', focos de la curva.
4. A partir de aquí, se procede como en el apartado 3 de la actividad 4.



Nota: Esta actividad se representa a escala 1:2

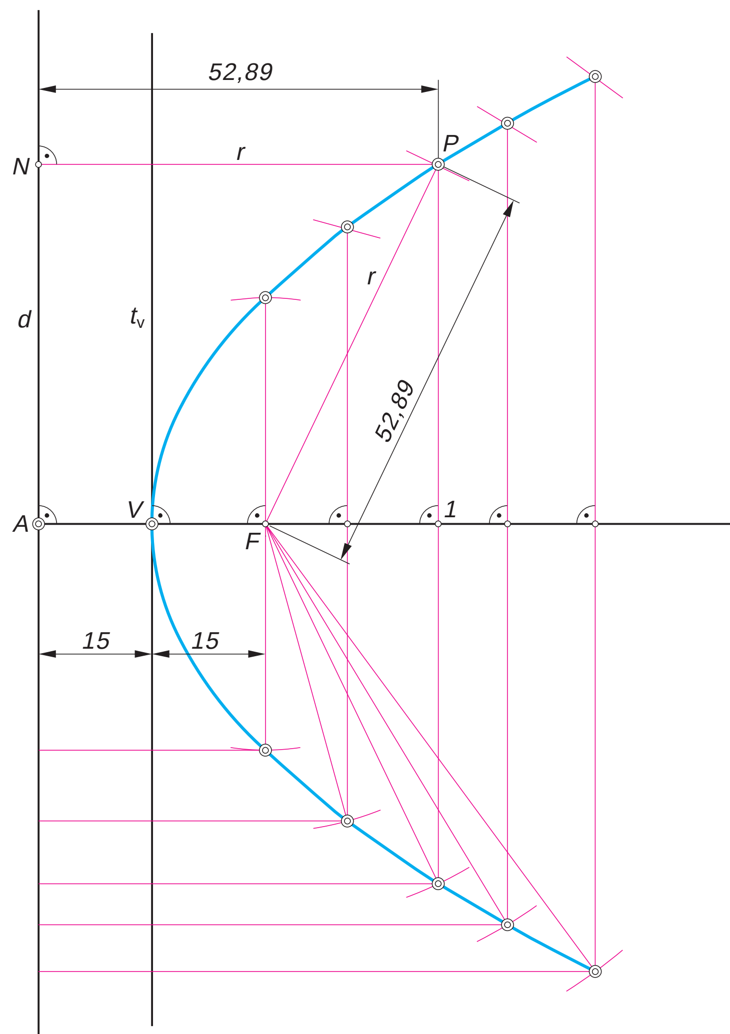
Actividad 6

1º ***Construcción de la directriz y de la tangente en el vértice.***

- Se dibuja el eje de simetría de la curva y, sobre él, se sitúan los puntos *A*, *V* y *F* a una distancia de 15 mm entre cada uno de ellos, dado que el vértice *V* es el punto medio del segmento $\overline{AF}$.
- Por *A* y *V*, se trazan sendas perpendiculares al eje de simetría; estas rectas definen la directriz *d* y la tangente en el vértice $t_{v.}$

2º ***Obtener un punto y trazar los radios vectores del mismo.***

- Definidos la directriz *d*, el eje, el vértice *V* y la tangente en el vértice $t_{v,}$ se traza por un punto cualquiera *1* del eje la perpendicular a éste y con centro en *F* y radio $\overline{A\text{-}1} = r$, se corta a dicha perpendicular, obteniendo el punto *P* y su simétrico, que son puntos de la curva.
- Por el punto *P*, se traza una perpendicular a la directriz, obteniendo el punto *N*. Los segmentos $\overline{PF}$ y $\overline{PN}$ son los radios vectores y se cumple que $r = \overline{PF} = \overline{PN}$.



SISTEMA DIÉDRICO I
Representación del punto, recta y plano

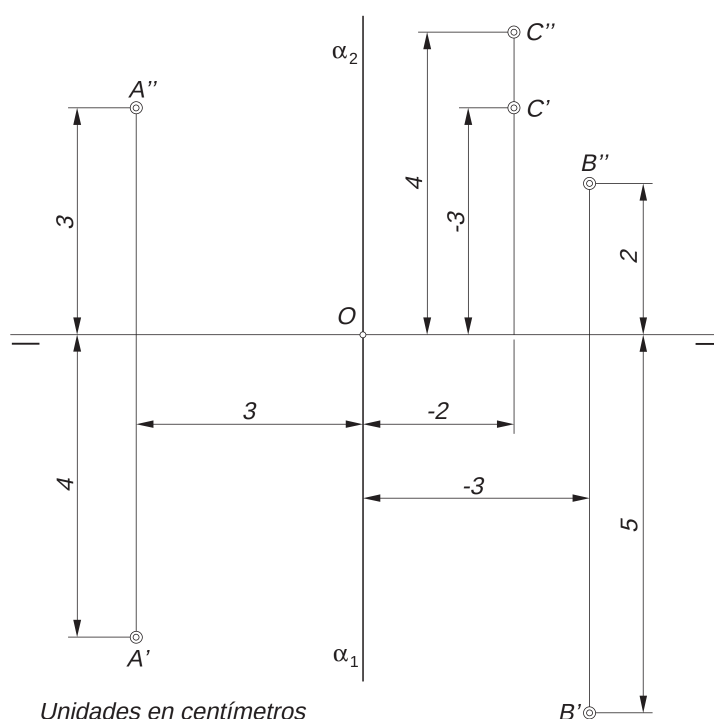
TEMA 12

Actividad 1

Para representar estos puntos hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

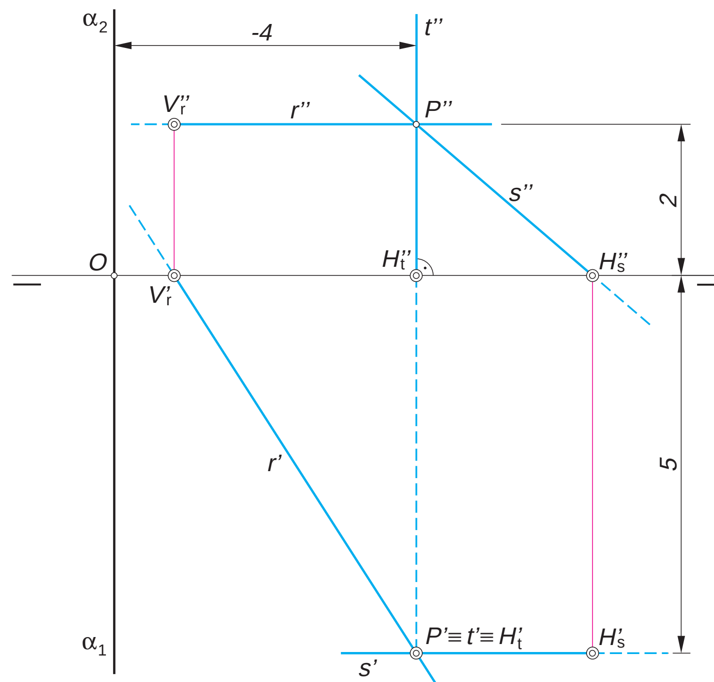
- Un punto se puede dar o definir por tres cotas o distancias a los tres planos, tal y como sucede en este ejercicio.
- Los valores de la primera distancia de cada uno de los puntos dados: *A (3,-,-)*, *B (-3,-,-)* y *C (-2,-,-)* representan la distancia de los puntos al plano de perfil α (α_1-α_2), situándose los valores positivos a su izquierda y los negativos a la derecha.
- Los datos que aparecen en segundo lugar: *A (-,3,-)*, *B (-,2,-)* y *C (-,4,-)* indican la distancia al plano horizontal o "cota".
- Los valores situados en tercer lugar: *A (-,-,4)*, *B (-,-,5)* y *C (-,-,-3)* representan la distancia de cada uno de los puntos al plano vertical o "*alejamiento*".
- Los puntos del primer diedro tienen la proyección vertical por encima de la L.T. y la horizontal por debajo.
- Los puntos del segundo diedro tienen las dos proyecciones por encima de la L.T.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Se dibuja, en un punto cualquiera de la Línea de Tierra (L.T.), la recta α_1-α_2 que representa el plano de perfil.
3. El punto *A (3,3,4)* es un punto del primer cuadrante, el *B (-3,2,5)* se encuentra situado también en el primer cuadrante pero a la derecha del plano de perfil, dado que dista *–3* del mismo, y el punto *C (-2,4,-3)*, además de estar colocado al lado derecho del plano de perfil, pertenece al 2º diedro o cuadrante.



Actividad 2

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Se dibuja, en un punto cualquiera de la Línea de Tierra (L.T.), la recta α_1-α_2 que representa el plano de perfil.
3. Se dibujan las proyecciones del punto dado *P (-4,2,5)*.
4. Trazado de una recta horizontal de plano *r(r'-r")*:
   - La proyección vertical de la recta *r"* (paralela a la L.T.) debe pasar por *P"*.
   - La proyección horizontal de la recta *r'* (puede ser cualquiera) debe pasar por *P'*.
   - Donde *r'* corta a la LT se encuentra V'_r, y en la intersección de la perpendicular trazado por ese punto con *r"* se encuentra V''_r, que son las proyecciones de la traza vertical *V* de la recta *r*.
5. Trazado de una recta frontal de plano *s (s'-s")*:
   - La proyección horizontal de la recta *s'* (paralela a la L.T.) debe pasar por *P'*.
   - La proyección vertical de la recta *s"* (puede ser cualquiera) debe pasar por *P"*.
   - Donde *s"* corta a la L.T. se encuentra H''_s, y en la intersección de la perpendicular trazada por ese punto con *s'* se encuentra H'_s, que son las proyecciones de la traza horizontal *H* de la recta *s*.
6. Trazado de una vertical o de punta, respecto al plano Horizontal *t (t'-t'')*:
   - La proyección vertical de la recta *t"* (perpendicular a la L.T.) debe pasar por *P"*.
   - La proyección horizontal de la recta *t'* (es un punto) debe coincidir con *P'*.
   - Donde *t"* corta a la L.T. se encuentra H''_t, y en la intersección de la perpendicular trazada por ese punto con *t'* se encuentra H'_t, que son las proyecciones de la traza horizontal *H* de la recta *t*.



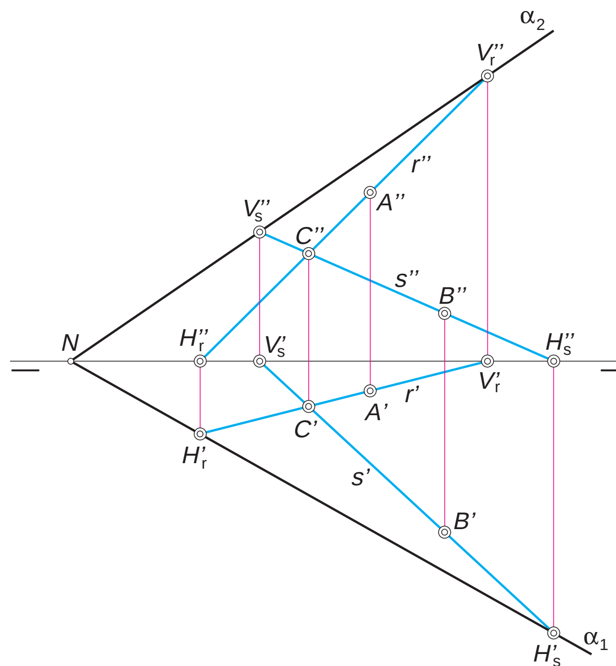
Actividad 3

1. Se dibuja, en un punto cualquiera de la Línea de Tierra (LT), la recta α_1-α_2 que representa el plano de perfil.
2. Se sitúan todas las proyecciones de los puntos dados *P (4,3,1)* y *Q (4,2,4)*, es decir:

   P (P',P",P1) y *Q (Q',Q",Q1)*, tal y como se puede apreciar en la figura.
3. Uniendo las proyecciones respectivas de los puntos obtenemos las proyecciones horizontal *r' (P'-Q')* y vertical *r" (P"-Q")* de la recta de perfil *r*.
4. Sobre el plano de perfil $\alpha(\alpha_1$-$\alpha_2)$, se halla la tercera proyección de la recta r_1, uniendo las proyecciones P_1 y Q_1 de los puntos.
5. La proyección de perfil de la recta corta a los planos de proyección en *H* y *V* que son las trazas de la recta *r*; estas trazas se refieren a la recta en *H'-H"* y en *V"-V'*.

Actividad 4

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos un plano oblicuo cualquiera α por medio de sus trazas α_1-α_2. Estas trazas se cortan en un punto de la LT.
3. Para situar cualquier recta sobre un plano hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:
   - Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.
   - Las rectas *r (r'-r")* y *s (s'-s")* están situadas en el plano α por estar V_r'' y V_s'' en α_2 y H_r' y H_s' en α_1. Las trazas H_r-V_r y H_s-V_s pueden estar colocadas en cualquier punto de las trazas del mismo nombre del plano dado.
4. Para situar cualquier punto sobre un plano hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:
   - Un punto está en un plano cuando sus proyecciones están sobre las proyecciones del mismo nombre de una recta contenida en dicho plano. Esta recta puede ser una oblicua cualquiera o mejor aún, por su sencillez, una horizontal o una frontal.
   - Los puntos *A(A'-A")*, *B(B'-B")* y *C(C'-C")* están en el plano α por pertenecer a las rectas *r'-r"* y *s'-s"* de este plano. Estos puntos pueden estar colocados en cualquier lugar de las rectas.

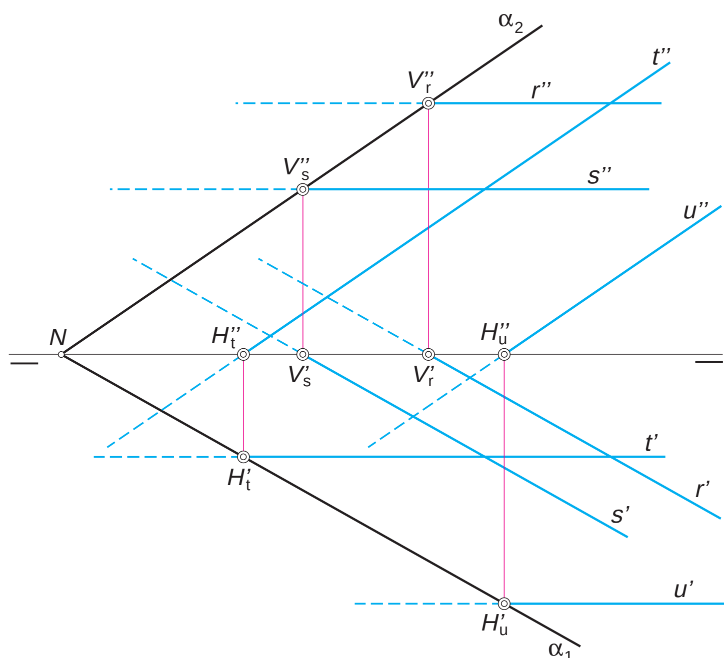


Actividad 5

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos un plano oblicuo cualquiera α por medio de sus trazas α_1-α_2. Estas trazas se cortan en un punto de la LT.
3. Para situar cualquier recta sobre un plano hay que tener en cuenta las siguientes consideraciones:
   - Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.
   - Rectas horizontales:

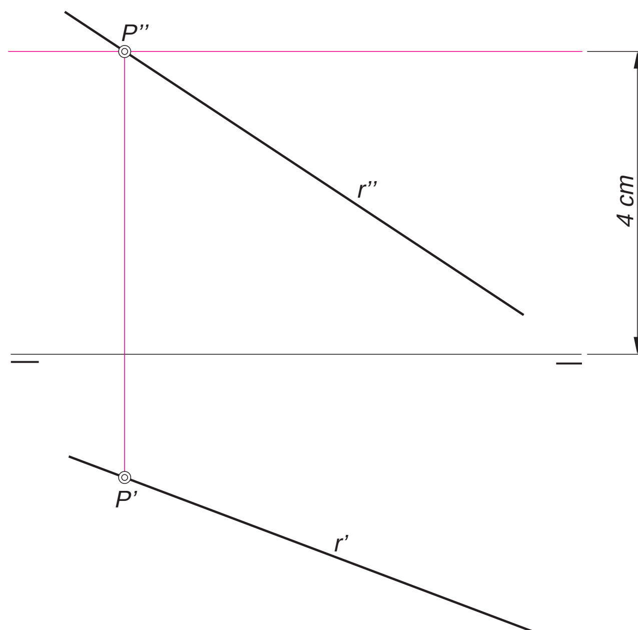
     Las rectas *r(r'-r")* y *s(s'-s")* están situadas en el plano α por estar V_r'' y V_s'' en α_2 y r' y s' ser paralelas a α_1. Las trazas V_r y V_s pueden estar colocadas en cualquier punto de la traza vertical del plano dado.
   - Rectas frontales:

     Las rectas *t(t'-t")* y *u(u'-u")* están situadas en el plano α por estar H_t' y H_u' en α_1 y t" y u" ser paralelas a α_2. Las trazas H_t y H_u pueden estar colocadas en cualquier punto de la traza horizontal del plano dado.



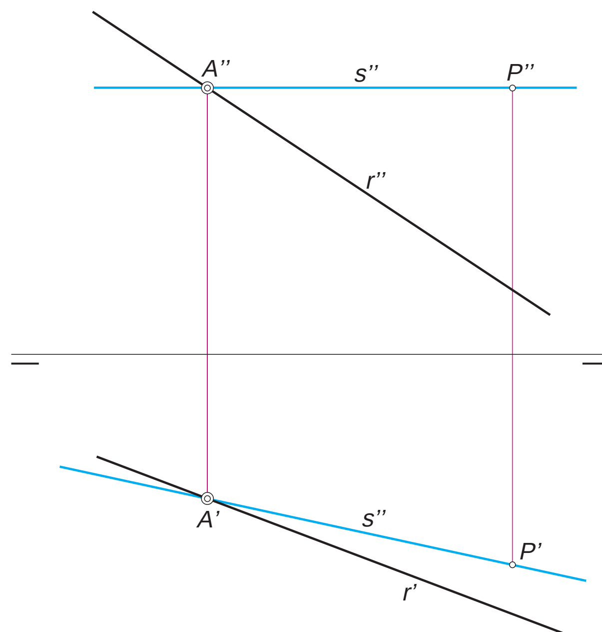
Actividad 6

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta cualquiera, en este caso, la oblicua *r'-r"*.
3. Trazamos la paralela a la línea de tierra a una distancia de *4* cm.
4. En el punto de intersección de esta paralela con *r"*, se encuentra la proyección vertical *P"* del punto *P*. Para hallar la proyección horizontal del punto, basta trazar por *P"* la perpendicular a la L.T. hasta que corte en *P'* a *r'*.



Actividad 7

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos un punto *P'-P"* y una recta oblicua *r'-r"* cualquiera.
3. Por la proyección *P"* del punto, trazamos la proyección *s"* de la horizontal (paralela a la L.T.); en el punto de intersección de esta paralela con *r"*, se encuentra la proyección vertical *A"* del punto de intersección de ambas rectas.
4. Para hallar la proyección horizontal del punto, se traza por *A"* la perpendicular a la L.T., hasta que corte en *A'* a *r'*.
5. Se unen *P'* y *A'* y tenemos la proyección horizontal *s'*, de la recta horizontal de plano solicitada.

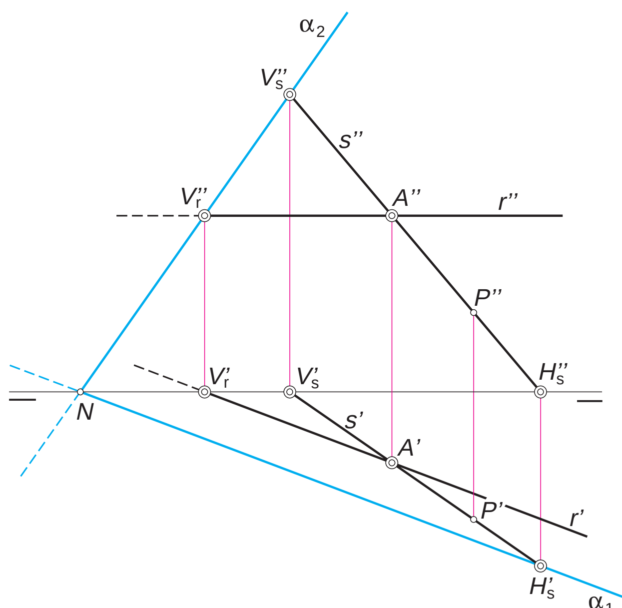


Actividad 8

Para realizar esta actividad, hemos de tener en cuenta que las trazas de un plano son los lugares geométricos de las trazas de todas las rectas contenidas en dicho plano.

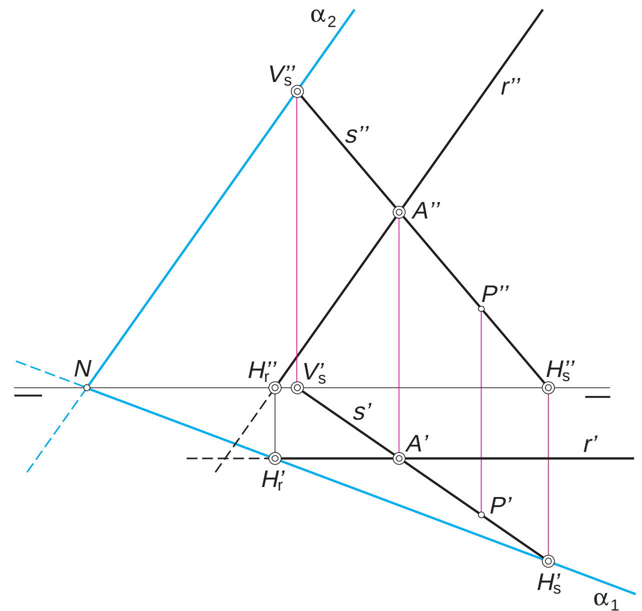
Actividad 8-1º: por una recta horizontal y un punto exterior.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta horizontal *r'-r"* cualquiera, y un punto *P'-P"* exterior.
3. Determinamos la traza V'_r-V''_r de la horizontal.
4. Sobre la recta *r'-r"*, se sitúa un punto cualquiera *A(A'-A")*.
5. Se unen los puntos *P* y *A* y tenemos la recta oblicua *s'-s"*; determinamos las trazas H'_s-H''_s y V'_s-V''_s de esta recta.
6. Uniendo las trazas verticales V''_r y V''_s de las rectas, tenemos la traza vertical α_2 del plano, y uniendo el punto *N*, intersección de esta traza con la L.T., y la traza horizontal H'_s, obtenemos la traza horizontal α_1. Esta traza horizontal del plano es paralela a la proyección horizontal *r'* de la frontal. El plano obtenido es un plano oblicuo.



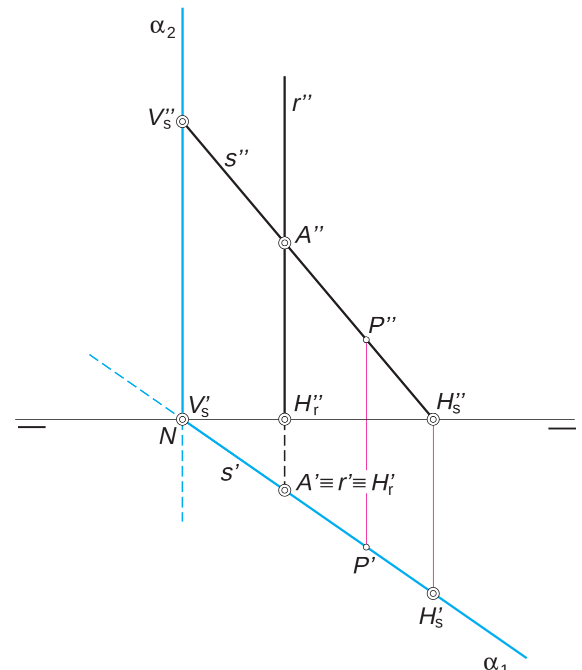
Actividad 8-2º: por una recta frontal y un punto exterior.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta frontal *r'-r''* cualquiera, y un punto *P'-P''* exterior.
3. Determinamos la traza H_r'-H_r'' de la frontal.
4. Sobre la recta *r'-r''*, se sitúa un punto cualquiera *A(A'-A'')*.
5. Se unen los puntos *P* y *A* y tenemos la recta oblicua *s'-s''*; determinamos las trazas H_s'-H_s'' y V_s'-V_s'' de esta recta.
6. Uniendo las trazas horizontales H_r' y H_s' de las rectas, tenemos la traza horizontal α_1 del plano, y uniendo el punto *N*, intersección de esta traza con la L.T., y la traza vertical V_s'', obtenemos la traza vertical α_2. Esta traza vertical del plano es paralela a la proyección vertical *s''* de la recta frontal. El plano obtenido es un plano oblicuo.



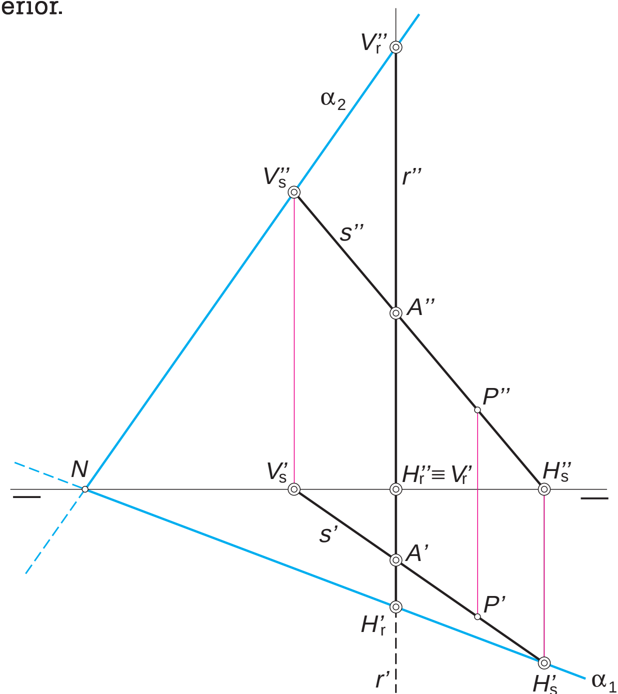
Actividad 8-3º: por una recta vertical y un punto exterior.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta vertical o de punta al P.H. *r'-r''* cualquiera, y un punto *P'-P''* exterior.
3. Determinamos la traza $H_{r'}$-$H_{r''}$ de la vertical.
4. Sobre la recta *r'-r''*, se sitúa un punto cualquiera *A'-A''*.
5. Se unen los puntos *P* y *A* y tenemos la recta oblicua *(s'-s'')*; determinamos las trazas H_s'-H_s'' y V_s'-V_s'' de esta recta.
6. Uniendo las trazas horizontales H_r' y H_s' de las rectas, tenemos la traza horizontal α_1 del plano, y uniendo el punto *N*, intersección de esta traza con la L.T., y la traza vertical V_s'', obtenemos la traza vertical α_2. Esta traza vertical del plano es paralela a la proyección vertical *r''* de la recta de punta. El plano obtenido es un plano proyectante horizontal y, en consecuencia, su traza horizontal α_2 contiene a las proyecciones horizontales *r'* y *s'* de sus rectas.



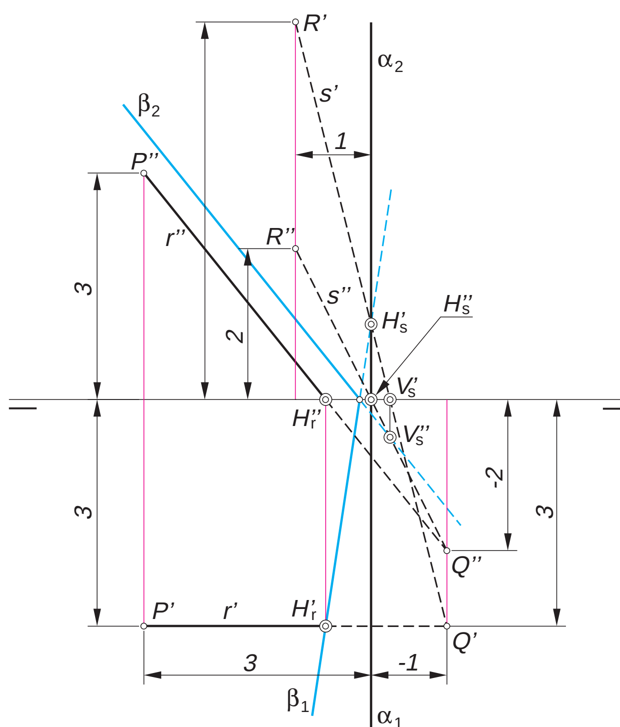
Actividad 8-4º: por una recta de perfil y un punto exterior.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta de perfil *r(r'-r")* cualquiera por medio de sus trazas H'_r-H''_r y V'_r-V''_r, y un punto *P'-P"* exterior.
3. Sobre la recta *r(r'-r")*, se sitúa un punto cualquiera *A(A'-A")*.
4. Se unen los puntos *P* y *A* y tenemos la recta oblicua *s(s'-s")*; determinamos las trazas H'_s-H''_s y V'_s-V''_s de esta recta.
5. Uniendo las trazas horizontales H'_r y H'_s de las rectas, tenemos la traza horizontal α_1 del plano, y uniendo las trazas verticales V''_r y V''_s de las rectas, obtenemos la traza vertical α_2. El plano obtenido es un plano oblicuo.



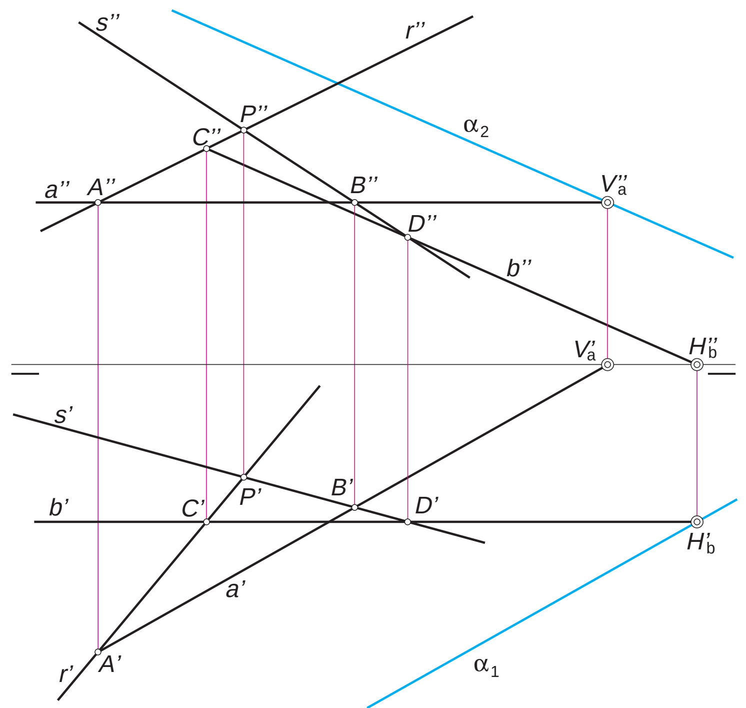
Actividad 8-5º: por los puntos *P(3,3,3)*, *Q(-1,-2,3)* y *R(1,2,-5)*.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Se dibuja, en un punto cualquiera de la Línea de Tierra (L.T.), la recta α_1-α_2 que representa el plano de perfil.
3. Dibujamos las proyecciones *P'-P"*, *Q'-Q"* y *R'-R"* de los puntos dados.
4. Se unen los puntos *P* y *Q* y tenemos la recta *r'-r"*; igualmente, se unen los puntos *R* y *Q* y tenemos la recta *s'-s"*; estas dos rectas se cortan en el punto *Q* y definen el plano.
5. Se hallan las trazas horizontales H'_r y H'_s de las rectas *r* y *s*, y al unirlas, tenemos la traza horizontal β_1 del plano. Se halla la traza vertical V''_s de la recta *s*, y al unirla con el punto de la L.T donde la corta la traza β_1 obtenemos la traza vertical β_2 del plano. Esta traza β_2 es paralela a *r"*. El plano obtenido es un plano oblicuo.



Actividad 8-6º: por dos rectas que se cortan de las que no podemos hallar las trazas.

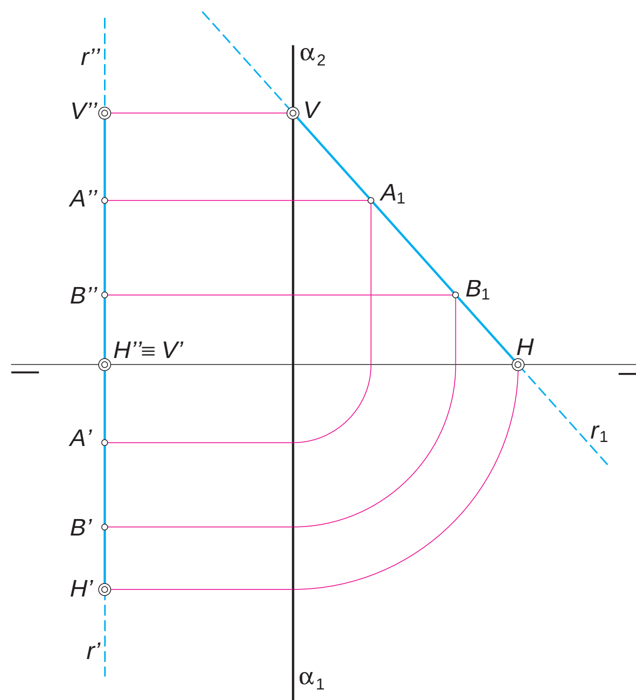
1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Representamos dos rectas oblicuas *r'-r"* y *s'-s"* cualesquiera que se cortan en el punto *P(P'-P")* cuyas trazas no se puedan hallar en el dibujo.
3. Trazamos una recta horizontal *a'-a"* cualquiera que corta a las rectas dadas en los puntos *A'-A"* y *B'-B"*, y determinamos su traza vertical V_a'-V_a''.
4. Trazamos una recta frontal *b'-b"* cualquiera que corta a las rectas dadas en los puntos *C'-C"* y *D'-D"*, y determinamos su traza horizontal H_b'-H_b''.
5. La traza α_1 del plano se obtiene trazando, por la traza horizontal H_b' de la recta *b*, la recta paralela a la proyección *a'*; la traza vertical α_2 se obtiene trazando, por la traza vertical V_a'' de la recta *a*, la recta paralela a la proyección *b"*. El plano obtenido es un plano oblicuo.



Actividad 9

Actividad 9-1º: utilizando la tercera proyección

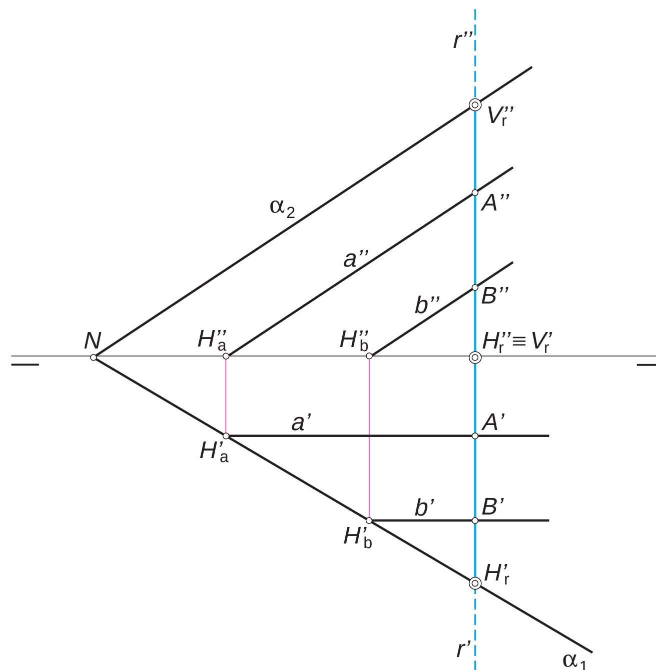
1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Se dibuja, en un punto cualquiera de la Línea de Tierra (L.T.), la recta α_1-α_2 que representa el plano de perfil.
3. Representamos la recta de perfil *r'-r"* definida por dos de sus puntos, por ejemplo, *A'-A"* y *B'-B"*.
4. Se halla la tercera proyección de la recta, para ello, se obtienen los puntos A_1 y B_1 que, unidos, definen la proyección r_1; esta proyección corta a los planos de proyección en *H* y *V* que son las trazas pedidas y éstas se refieren a la recta en *H'-H"* y en *V'-V"*.



Actividad 9-2º: sin recurrir a la tercera proyección

Para resolver este ejercicio, basta con trazar un plano $\alpha(\alpha_1$-$\alpha_2)$ que pase por la recta *r(r'-r")*, formada por los puntos *A(A'-A")* y *B(B'-B")*, auxiliándose de dos rectas horizontales (o frontales) arbitrarias *a'-a"* y *b'-b"* que pasen por los citados puntos y sean paralelas entre sí.

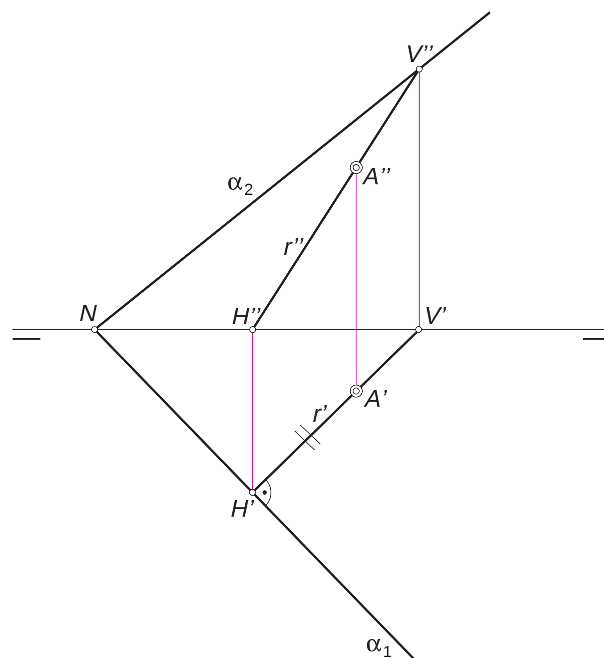
1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos la recta de perfil *r'-r"* definida por dos de sus puntos, por ejemplo, *A'-A"* y *B'-B"*.
3. Se trazan dos rectas frontales arbitrarias *a'-a"* y *b'-b"* que pasen por *A'-A"* y *B'-B"* y sean paralelas entre sí.
4. Determinamos las trazas H'_a y H'_b de las rectas *a* y *b*, y al unirlas tenemos la traza horizontal α_1 del plano; esta traza, al cortar a la L.T., define el punto *N*.
5. Dibujamos la traza vertical α_2 del plano α que pasa por la recta *r(r'-r")* y está definido por las frontales *a'-a"* y *b'-b"*. Esta traza vertical debe ser paralela a las proyecciones *a"* y *b"* de las rectas *a* y *b*, y pasar por el punto *N*.
6. Las trazas α_1 y α_2 del plano α cortan a la recta *r'-r"* en sendos puntos, que son las trazas buscadas H'_r y V''_r.



Actividad 10

Para resolver esta actividad, hemos de recordar la definición de línea de máxima pendiente de un plano: *es la recta de este plano que forma el mayor ángulo con el plano horizontal, y se caracteriza porque su proyección horizontal* r' *es perpendicular a la traza horizontal* α_1 *del plano al que pertenece.*

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos una recta de máxima pendiente arbitraria *r'-r"*, y determinamos sus trazas *H'-H"* y *V'-V"*.
3. Por la traza *H'* de esta recta, dibujamos, perpendicularmente a *r'*, la traza horizontal α_1 del plano, que al cortar a la L.T. define el punto *N*.
4. Uniendo el punto *N* con la traza vertical *V"* de la recta definimos la traza α_2 del plano.
5. Para situar un punto cualquiera *A(A'-A")* en el plano $\alpha(\alpha_1$-$\alpha_2)$ definido por la (l.m.p.), basta con colocar *A'* en *r'* y *A"* en *r"*, teniendo en cuenta que *A'* y *A"* deben pertenecer a una misma perpendicular a L.T.

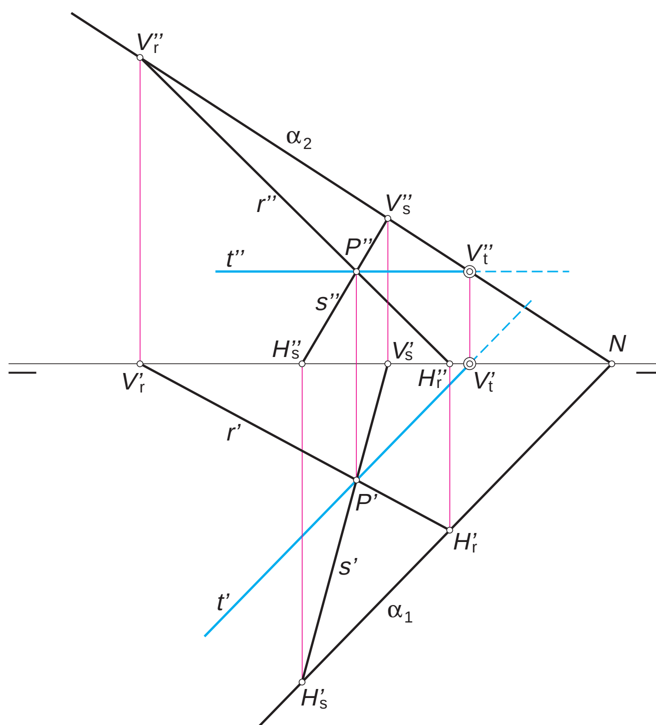


Actividad 11

En la resolución de esta actividad, hemos de tener en cuenta la condición que se debe cumplir para que dos rectas *r(r'-r")* y *s(s'-s")* se corten: *dos rectas se cortan en el espacio si las proyecciones del mismo nombre se cortan en puntos que están en una misma perpendicular a L.T.; así, las rectas* r(r'-r") *y* s(s'-s") *se cortan en el punto* P *del espacio, si las proyecciones horizontales* r' *y* s' *se cortan en* P' *y las verticales* r" *y* s" *en* P" *y ambos puntos están en la misma perpendicular a L.T.*

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos un punto arbitrario *P'-P"*.
3. Trazamos dos rectas oblicuas arbitrarias *r'-r"* y *s'-s"* que pasen por *P'-P"*, y determinamos sus trazas *H'-H"* y *V'-V"*.
4. Uniendo las trazas horizontales H'_r y H'_s de las rectas *r* y *s*, obtenemos la traza horizontal α_1 del plano, y uniendo las trazas verticales V''_r y V''_s de las rectas *r* y *s*, obtenemos la traza vertical α_2. El plano obtenido es un plano oblicuo.
5. Situar una recta *t(t'-t")* en este plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ definido por las dos rectas *r* y *s* que se cortan. Para ello, tendremos en cuenta las consideraciones siguientes:
   - Un plano oblicuo contiene cuatro tipos de rectas:
     - Rectas oblicuas.
     - Rectas horizontales de plano.
     - Rectas frontales de plano.
     - Rectas de perfil.
   - Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta, están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.

En la solución propuesta, se ha optado por situar una horizontal *t'-t"*, de tal modo, que V''_t se debe encontrar en α_2 y *t'* debe ser paralela a α_1.

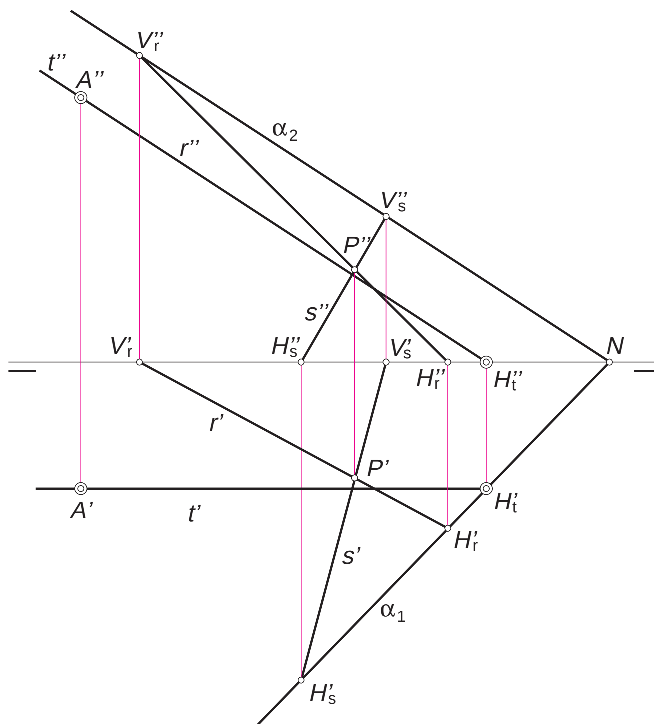


Actividad 12

En la resolución de esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- Dos rectas se cortan en el espacio si las proyecciones del mismo nombre se cortan en puntos que están en una misma perpendicular a L.T.; así, las rectas *r(r'-r")* y *s(s'-s")* se cortan en el punto *P* del espacio, si las proyecciones horizontales *r'* y *s'* se cortan en *P'* y las verticales *r"* y *s"* en *P"* y ambos puntos están en la misma perpendicular a L.T.
- Un plano oblicuo contiene cuatro tipos de rectas:
  - Rectas oblicuas.
  - Rectas horizontales de plano.
  - Rectas frontales de plano.
  - Rectas de perfil.
- Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta, están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.
- Un punto está situado en un plano cuando sus proyecciones están sobre las proyecciones del mismo nombre de una recta contenida en dicho plano.

1. Representamos la línea de tierra con línea llena fina y con dos trazos en sus extremos.
2. Dibujamos, por ejemplo, *A'* del punto cuya segunda proyección deseamos hallar, y un punto arbitrario *P'-P"*.
3. Trazamos dos rectas oblicuas arbitrarias *r'-r"* y *s'-s"* que pasen por *P'-P"*, y determinamos sus trazas *H'-H"* y *V'-V"*.
4. Uniendo las trazas horizontales H'_r y H'_s de las rectas *r* y *s*, obtenemos la traza horizontal α_1 del plano, y uniendo las trazas verticales V''_r y V''_s de las rectas *r* y *s*, obtenemos la traza vertical α_2. El plano obtenido es un plano oblicuo.
5. Trazamos, por ejemplo, la recta frontal *t'-t"* que pase por *A'* y pertenezca al plano α_1-α_2 definido por las dos rectas *r* y *s* que se cortan en *P'-P"*.
6. La proyección *A"* se encuentra en la intersección de *t"* y una perpendicular a L.T. trazada desde *A'*.



SISTEMA AXONOMÉTRICO

TEMA 14

Introducción

Todas las actividades se resuelven en el sistema axonométrico isométrico, y, por rapidez y comodidad, no se aplica la escala de reducción isométrica.

Los tres planos del sistema, al cortarse, dividen al espacio en ocho triedros; cuatro situados por encima del plano *XOY*, y otros cuatro por debajo del mismo. Para designar cada triedro consideramos los dos sentidos + y - de cada eje a partir del origen *O*.

Los ejes se designan por: *X*, *Y* y *Z*.

Un punto del espacio se designa por una letra o por un número: *A(A'-A''-A''')* ó *4(3,5,6)*, siendo:

- *A*: la proyección directa.
- *A'*: la proyección sobre el plano *XOY*.
- *A''*: la proyección sobre el plano *XOZ*.
- *A'''*: la proyección sobre el plano *YOZ*.

Una recta se designa por una letra minúscula: r(r'-r''-r'''), siendo:

- *r*: la proyección directa.
- *r'*: la proyección sobre el plano *XOY*.
- *r''*: la proyección sobre el plano *XOZ*.
- *r'''*: la proyección sobre el plano *YOZ*.

Un plano se designa por una letra griega: α (α_1-α_2-α_3), siendo:

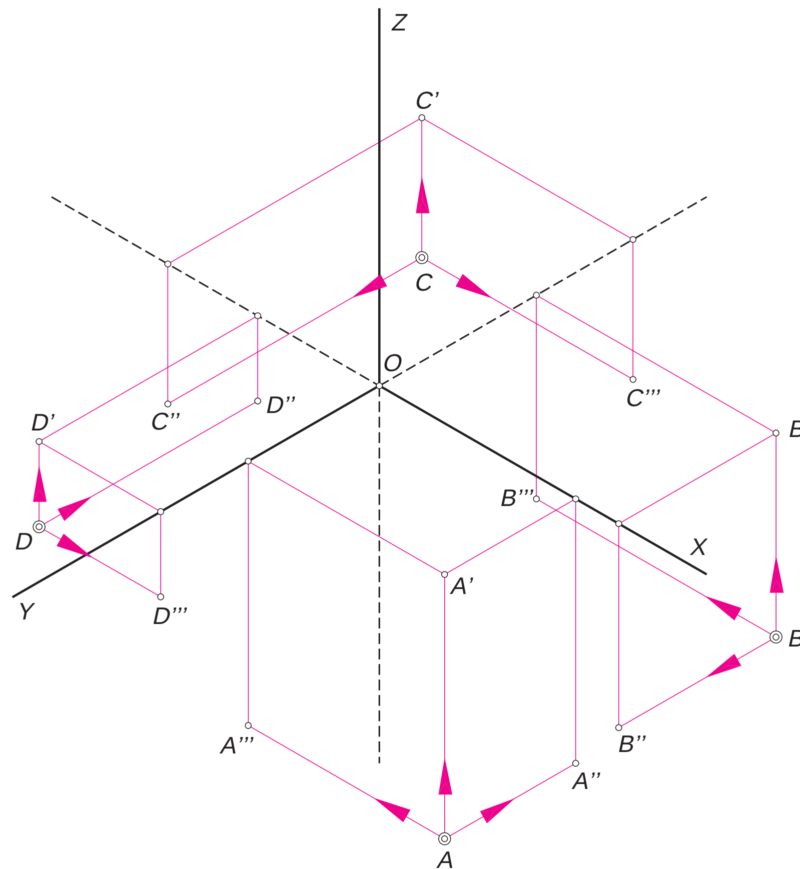
- α_1: la traza del plano α con el plano *XOY*.
- α_2: la traza del plano α con el plano *XOZ*.
- α_3: la traza del plano α con el plano *YOZ*.

Actividad 1

1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120° entre sí.

2. Se dibujan las proyecciones de los cuatro puntos *A*, *B*, *C* y *D*, situados cada uno de ellos en uno de los triedros situados por debajo del plano y distribuidos del modo siguiente:

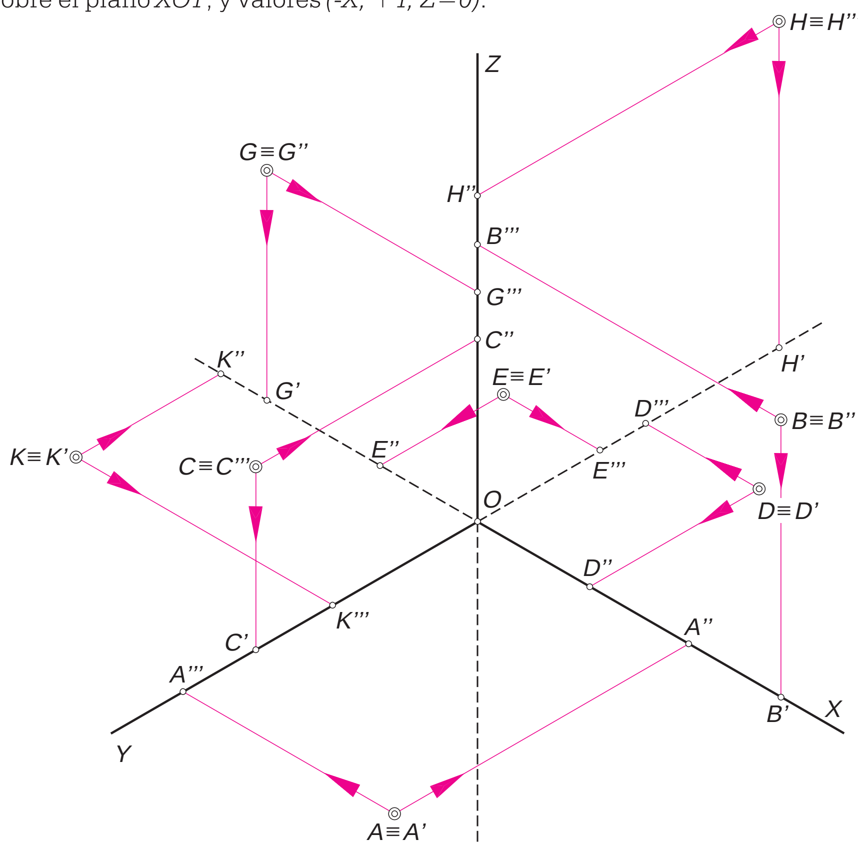
   - Punto *A*: en el triedro +*X*, +*Y*, -*Z*.
   - Punto *B*: en el triedro +*X*, -*Y*, -*Z*.
   - Punto *C*: en el triedro -*X*, -*Y*, -*Z*.
   - Punto *D*: en el triedro -*X*, +*Y*, -*Z*.



Actividad 2

1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120° entre sí.

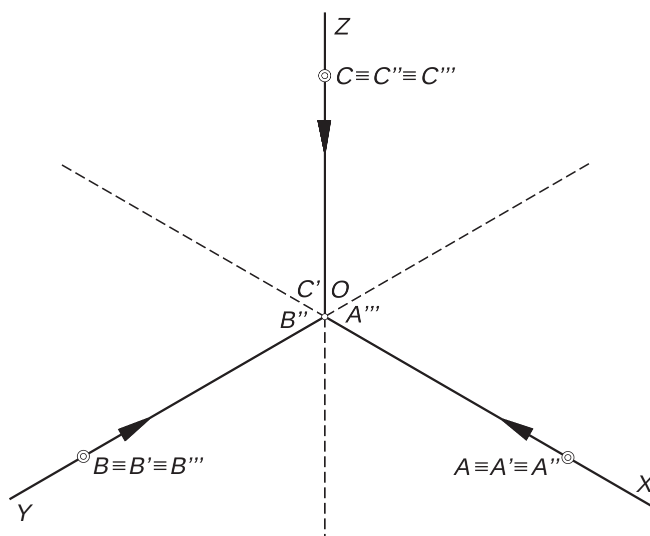
2. Se dibujan las proyecciones de los puntos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *G*, *H* y *K*, distribuidos del modo siguiente:
   - Punto *A*: sobre el plano *XOY*, y valores *(+X, +Y, Z=0)*.
   - Punto *B*: sobre el plano *XOZ*, y valores *(+X, Y=0, +Z)*.
   - Punto *C*: sobre el plano *YOZ*, y valores *(X=0, +Y, +Z)*.
   - Punto *D*: sobre el plano *XOY*, y valores *(+X, -Y, Z=0)*.
   - Punto *E*: sobre el plano *XOY*, y valores *(-X, -Y, Z=0)*.
   - Punto *G*: sobre el plano *XOZ*, y valores *(-X, Y=0, +Z)*.
   - Punto *H*: sobre el plano *YOZ*, y valores *(X=0, -Y, +Z)*.
   - Punto *K*: sobre el plano *XOY*, y valores *(-X, +Y, Z=0)*.



Actividad 3

1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120° entre sí.

2. Se dibujan las proyecciones de los puntos A, B y C, distribuidos del modo siguiente:
   - Punto *A*: sobre el eje *X*, y valores *(+X, Y=0, Z=0)*.
   - Punto *B*: sobre el eje *Y*, y valores *(X=0, +Y, Z=0)*.
   - Punto *C*: sobre el eje *Z*, y valores *(X=0, Y=0, +Z)*.

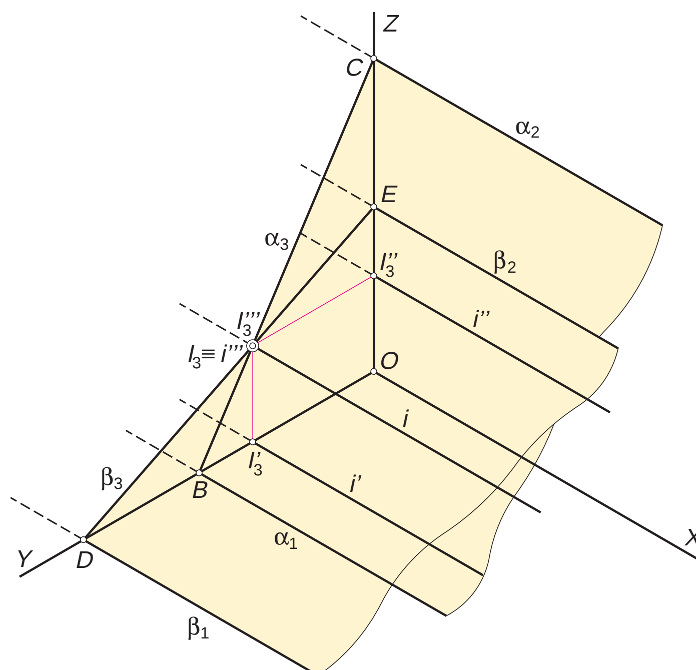


Actividad 4

Para la resolución de esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.*
- *Un punto está situado en un plano cuando sus proyecciones están sobre las proyecciones del mismo nombre de una recta contenida en dicho plano.*
- *Un plano* α_1-α_2-α_3 *es paralelo al eje X cuando tiene las trazas* α_1 *y* α_2 *paralelas a dicho eje; la traza* α_3 *une los puntos* B *y* C *donde las trazas* α_1 *y* α_2 *cortan a los ejes* Y *y* Z.
- *Un plano paralelo al eje* X *contiene tres tipos de rectas:*
  - Rectas oblicuas.
  - Rectas paralelas al eje *X*.
  - Rectas paralelas al plano *YOZ*.
- *La intersección de dos planos paralelos al eje* X *es una recta paralela al eje* X.

1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120º entre sí.
2. Dibujamos los dos planos arbitrarios α (α_1-α_2-α_3) y β (β_1-β_2-β_3) paralelos al eje *X*. Las trazas α_1-α_2 y β_1-β_2 serán paralelas al eje *X*; uniendo *B* con *C* obtenemos la traza α_3, y uniendo los puntos *D* y *E* obtenemos la traza β_3.
3. El punto de intersección I_3 de las trazas α_3 y β_3 es la traza de la recta *i(i'-i''-i''')* sobre el plano *YOZ*. La proyección directa *i* de esta recta de intersección, así como las proyecciones *i'* e *i''* sobre los planos *XOY* y *XOZ*, son paralelas al eje *X*. La recta en el espacio es perpendicular al plano *ZOY* y por lo tanto su proyección sobre este plano es un punto que llamaremos *i'''*.

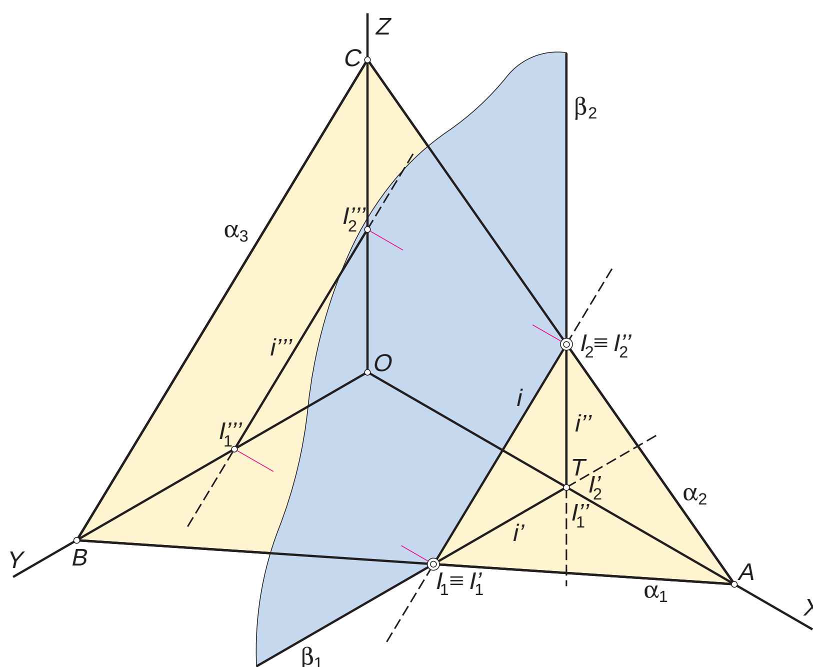


Actividad 5

Para la resolución de esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *Una recta está situada en un plano cuando las trazas de la recta, están situadas sobre las trazas del mismo nombre del plano.*
- *Un punto está situado en un plano cuando sus proyecciones están sobre las proyecciones del mismo nombre de una recta contenida en dicho plano.*
- *Las trazas* α_1-α_2-α_3 *de un plano oblicuo se cortan sobre los ejes del sistema en los puntos* A, B *y* C.
- *Un plano oblicuo contiene cuatro tipos de rectas:*
  - Rectas oblicuas.
  - Rectas paralelas al plano *XOY*.
  - Rectas paralelas al plano *XOZ*.
  - Rectas paralelas al plano *YOZ*.
- *Un plano paralelo al plano* YOZ *tiene por trazas con los planos* XOY *y* ZOX *dos rectas* β_1-β_2 *paralelas a los ejes* Y *y* Z *respectivamente.*
- *Un plano paralelo al plano* YOZ *contiene tres tipos de rectas:*
  - Rectas paralelas al eje *Z*.
  - Rectas paralelas al eje *Y*.
  - Rectas paralelas al plano *YOZ*.
- *La intersección de un plano oblicuo con otro paralelo al plano* YOZ *es una recta paralela el plano* YOZ.

1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120º entre sí.
2. Dibujamos las trazas arbitrarios α_1-α_2-α_3 del plano oblicuo; estas trazas se cortan sobre los ejes del sistema en los puntos *A*, *B* y *C*.
3. Dibujamos el plano β (β_1-β_2) paralelo al *YOZ*. Las trazas β_1-β_2 son paralelas a los ejes *Y* y *Z* respectivamente, y cortan al eje *X* en el punto *T*. La traza β_3 es impropia.
4. La recta *i*, intersección de los planos α (α_1-α_2-α_3) y β (β_1-β_2), se obtiene al unir los puntos I_1 e I_2 en que se cortan dos a dos las trazas del mismo nombre de los dos planos. Después de obtenida la proyección directa *i*, se refieren los puntos I_1 e I_2 a los ejes y se hallan las demás proyecciones tal y como se aprecia en la figura.



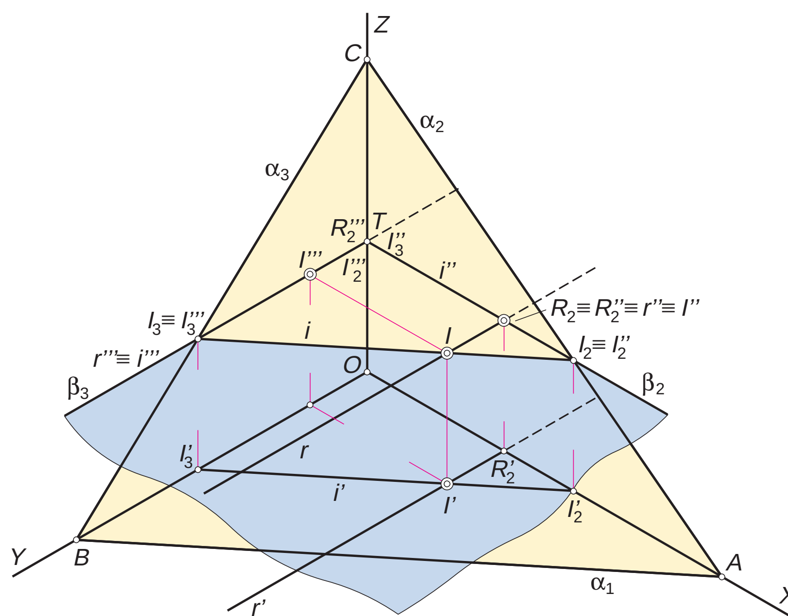
Actividad 6

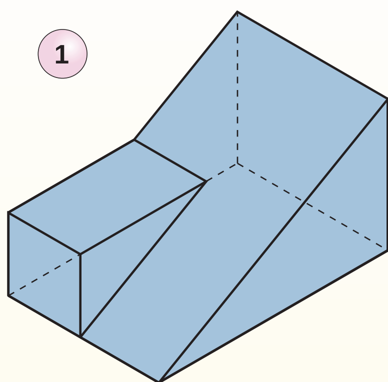
Tomaremos una recta *r (r'-r"-r"')* paralela al eje *Y*.

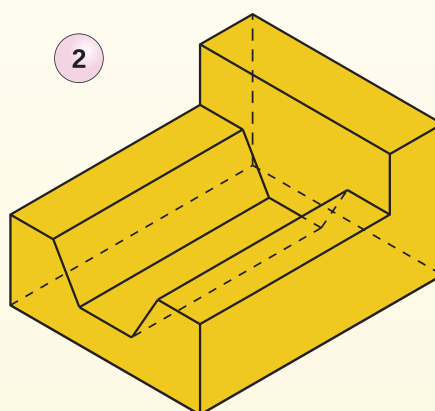
Para la resolución de esta actividad, además de las anteriores, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

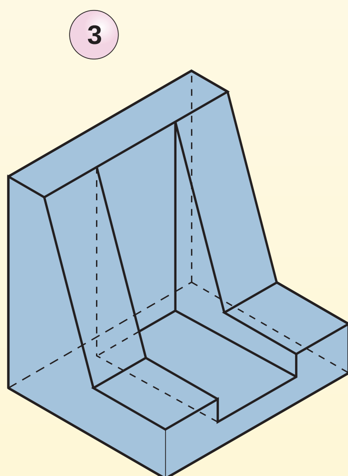
- *Una recta* r (r'-r"-r"') *paralela al eje* Y *está contenida por los planos siguientes:*
  - Plano paralelo al plano *XOY*.
  - Plano paralelo al plano *ZOY*.
  - Plano paralelo al eje *Y*.
- *Un plano paralelo al plano* XOY *tiene por trazas con los planos* XOZ *y* ZOY *dos rectas* β_2-β_3 *paralelas a los ejes* X *e* Y*, respectivamente.*
- *Un plano paralelo al plano* XOY *contiene tres tipos de rectas:*
  - Rectas paralelas al eje *X*.
  - Rectas paralelas al eje *Y*.
  - Rectas paralelas al plano *XOY*.
- *La intersección de un plano oblicuo con otro paralelo al plano* XOY *es una recta paralela el plano* XOY.
- *La intersección de una recta* (r'-r"-r"') *paralela al eje* Y *con un plano oblicuo* α(α_1-α_2-α_3) *es un punto* I (I'-I"-I"'), *para cuya obtención, se debe seguir el procedimiento siguiente:*
  - Se hace pasar por la recta un plano auxiliar que la contenga (en nuestro caso, el paralelo β (β_2-β_3) al plano *XOY*).
  - Se determina la recta intersección *i (i'-i"-i"')* de este plano con el dado.
  - La recta *i* encuentra a la recta r en el punto *I (I'-I"-I"')* buscado.

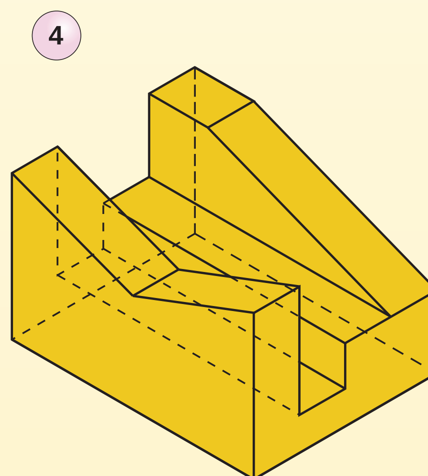
1. Representamos los tres ejes del sistema axonométrico isométrico que, al formar el mismo ángulo con el plano del cuadro, se proyectan formando ángulos de 120º entre sí.
2. Dibujamos las trazas arbitrarios α_1-α_2-α_3 del plano oblicuo; estas trazas se cortan sobre los ejes del sistema en los puntos *A*, *B* y *C*.
3. Representamos la recta arbitraria *r (r'-r"-r"')* paralela al eje *Y*, y hallamos su traza R_2 *(R_2'-R_2''-R_2''')*.
4. Dibujamos el plano β (β_2-β_3) paralelo al *XOY* que contiene a la recta *r*. Las trazas β_2-β_3 son paralelas a los ejes *X* e *Y*, respectivamente, y cortan al eje *Z* en el punto *T*. La traza β_2 debe contener a la traza R_2 de la recta *r*, y la traza β_1 es impropia.
5. La recta *i*, intersección de los planos α (α_1-α_2-α_3) y β (β_2-β_3), se obtiene al unir los puntos I_2 e I_3 en que se cortan dos a dos las trazas del mismo nombre de los dos planos. Después de obtenida la proyección directa *i*, se refieren los puntos I_2 e I_3 a los ejes y se hallan las demás proyecciones tal y como se aprecia en la figura.
6. La recta recta *i (i'-i''-i''')* encuentra a la recta *r (r'-r''-r''')* en el punto *I (I'-I''-I''')* buscado.



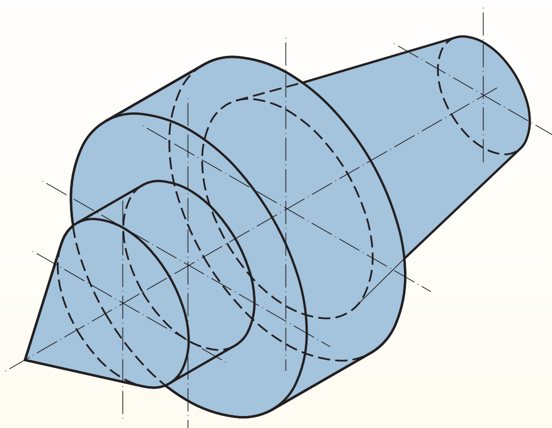


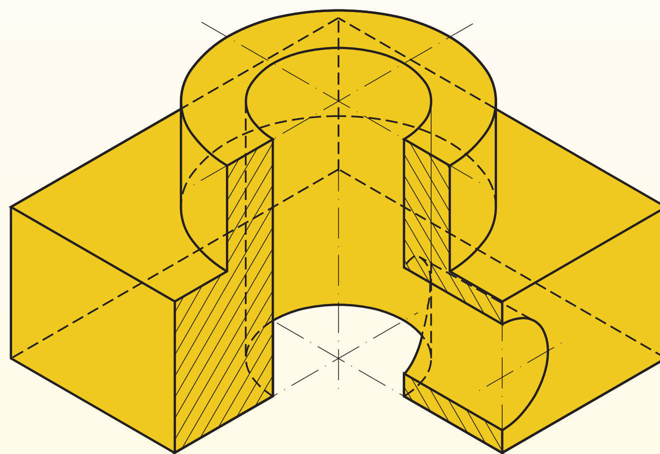


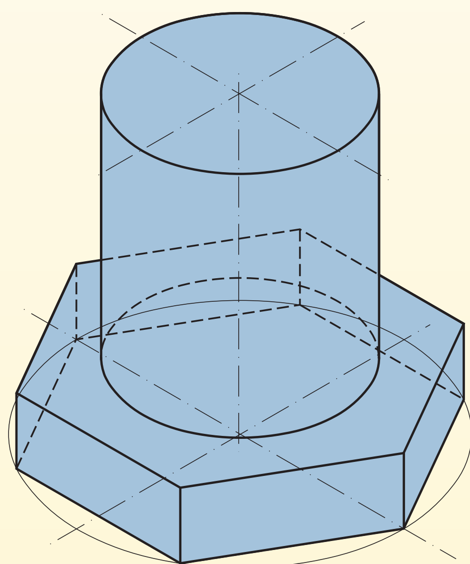


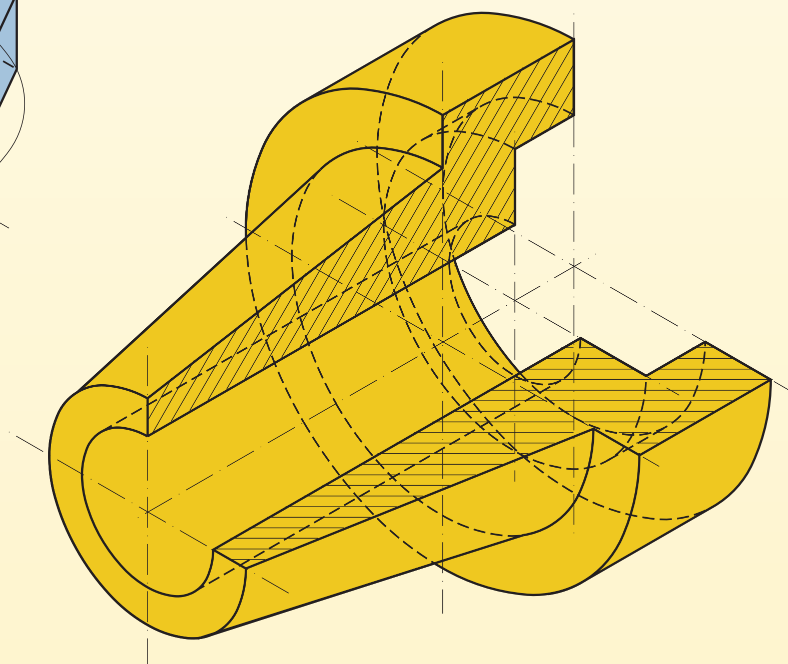


Actividades pág. 131







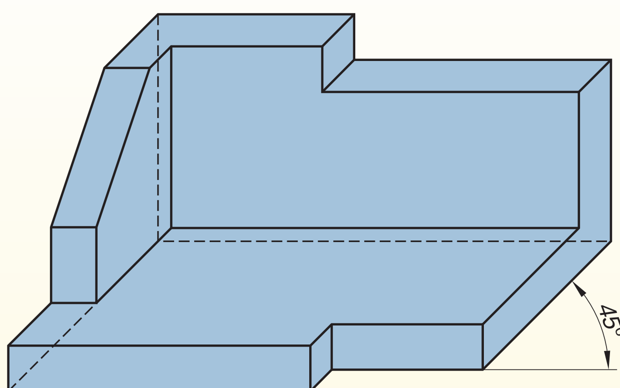


Actividades pág. 132

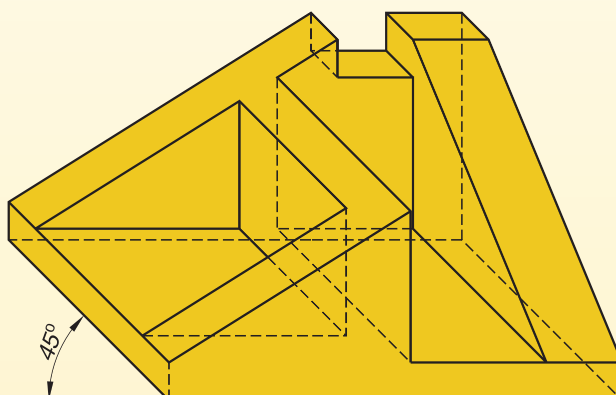
SISTEMA DE PERSPECTIVA CABALLERA

TEMA 15

1

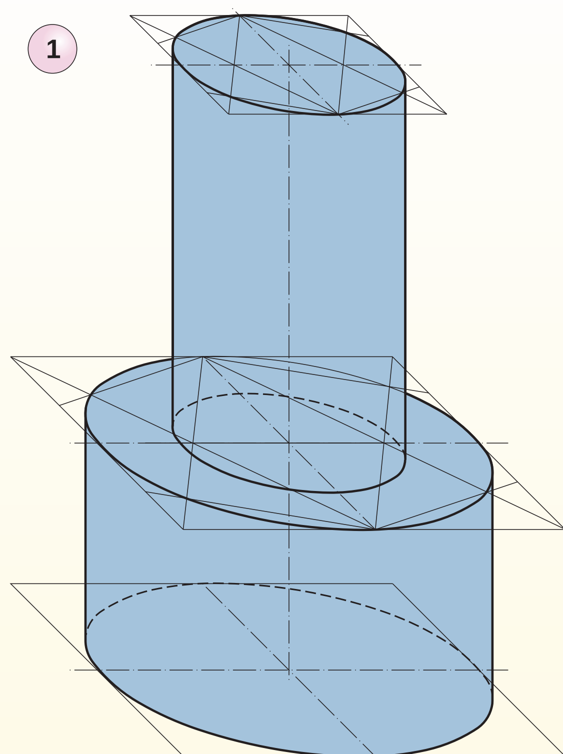


2

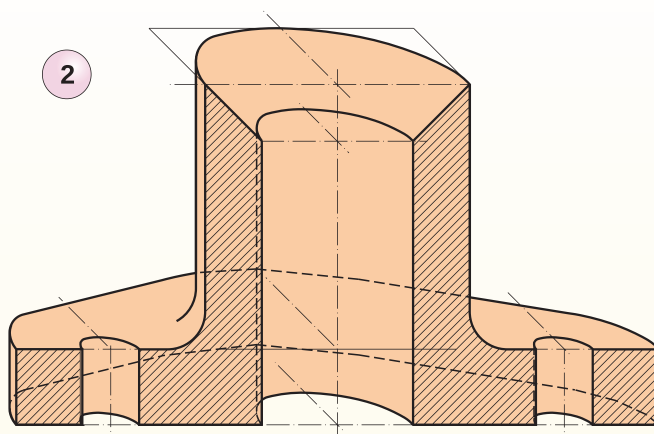


Actividades pág. 143

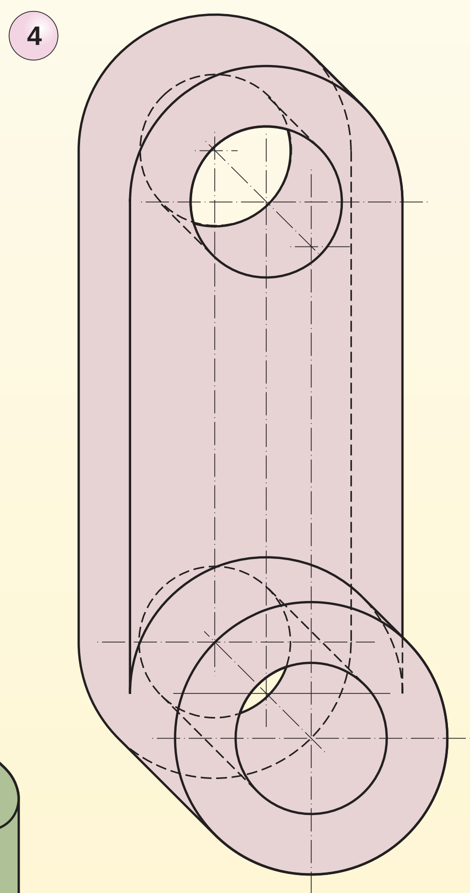
1



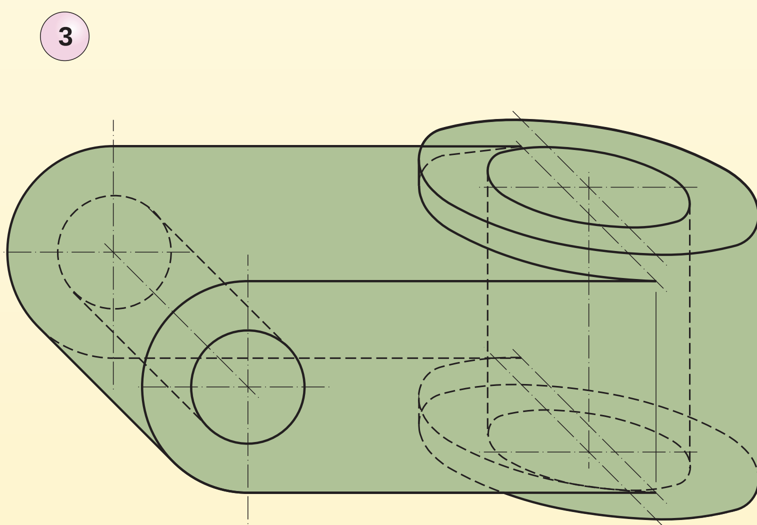
2



4



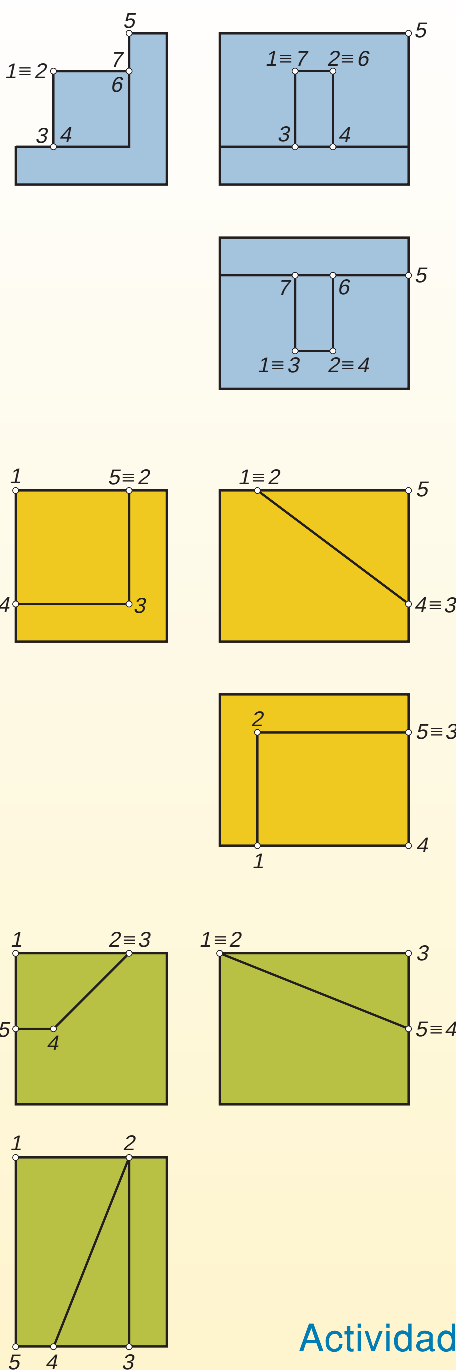
3



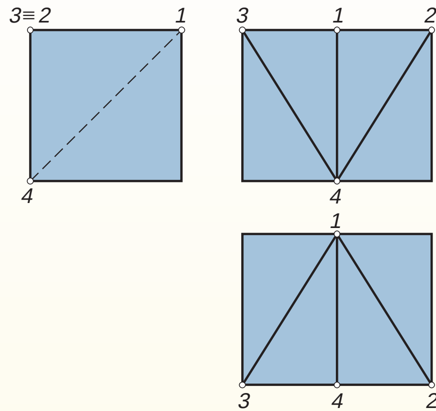
Actividades pág. 144

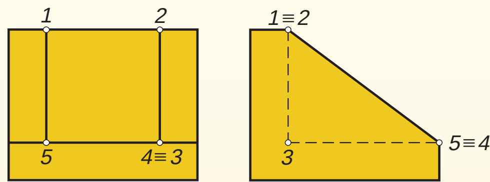
NORMALIZACIÓN
Principios generales de representación

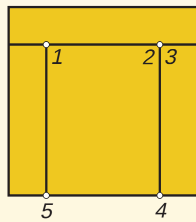
TEMA 16

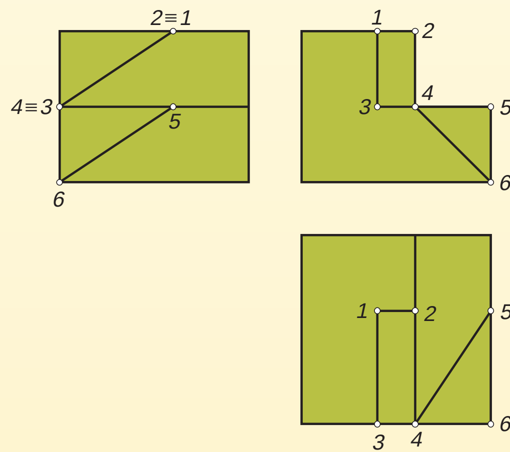


Actividades pág. 156

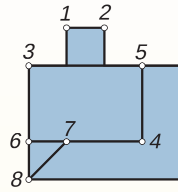


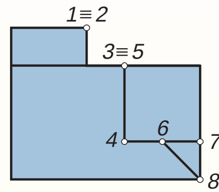


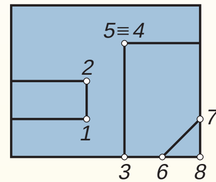


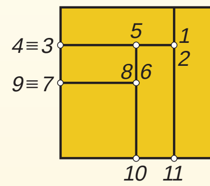


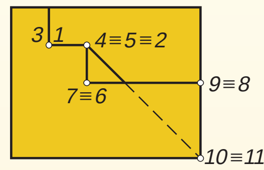
Actividades pág. 157

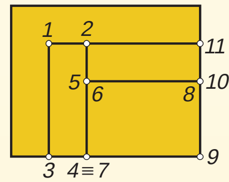


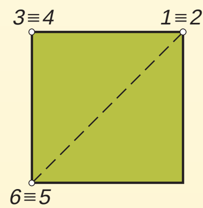


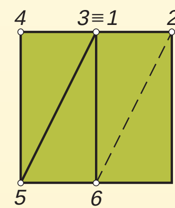


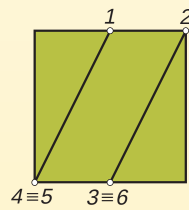




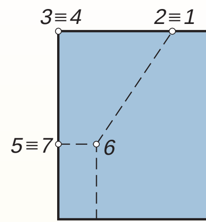


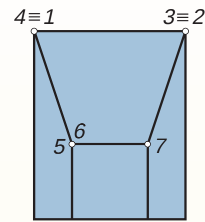


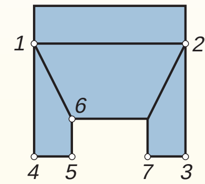


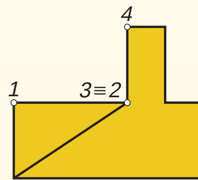


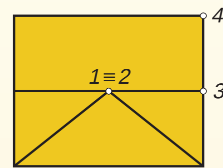
Actividades pág. 158

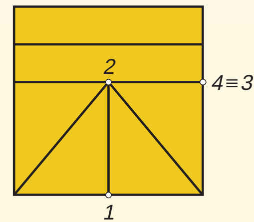


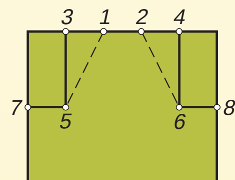


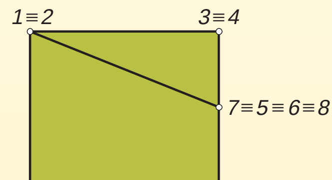


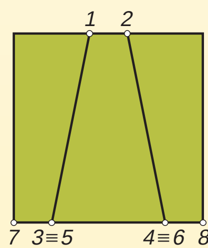




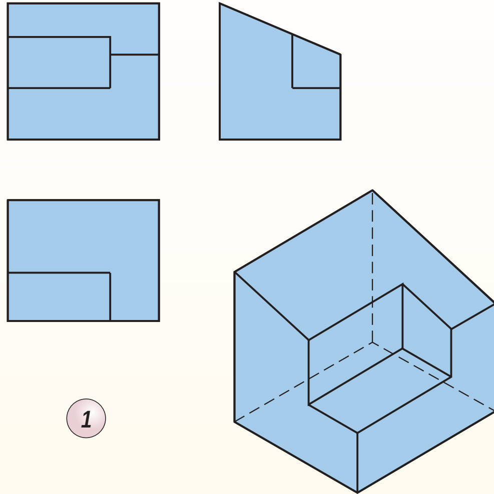


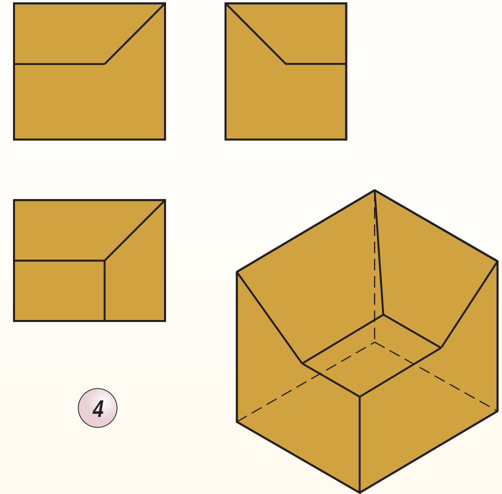


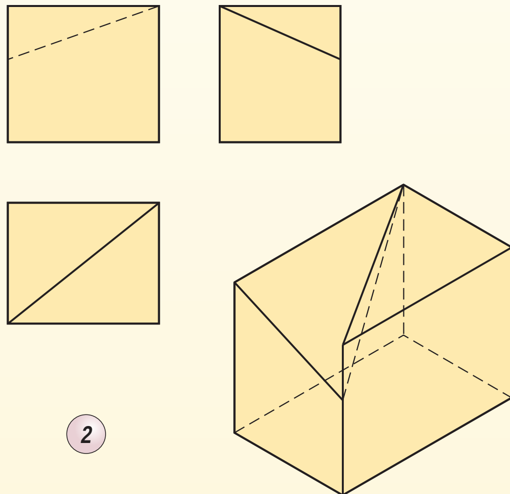


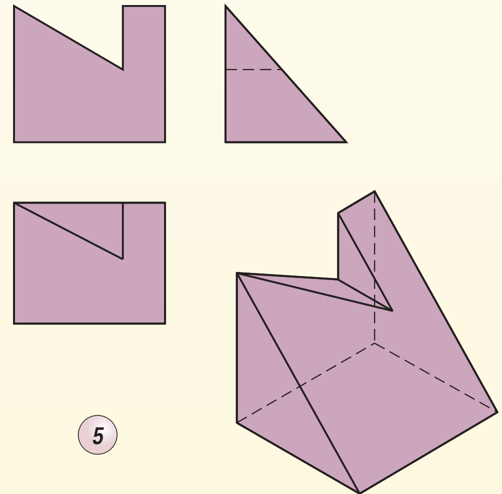


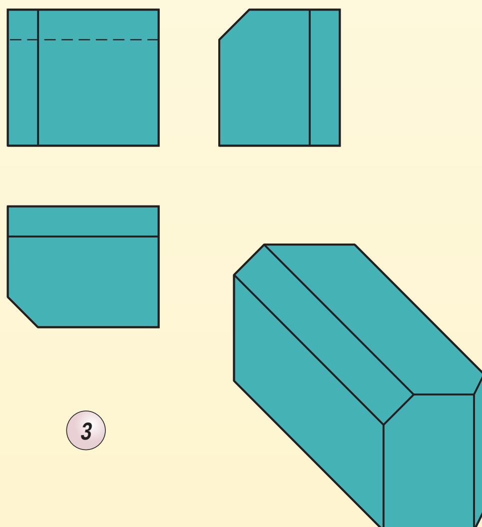
Actividades pág. 159

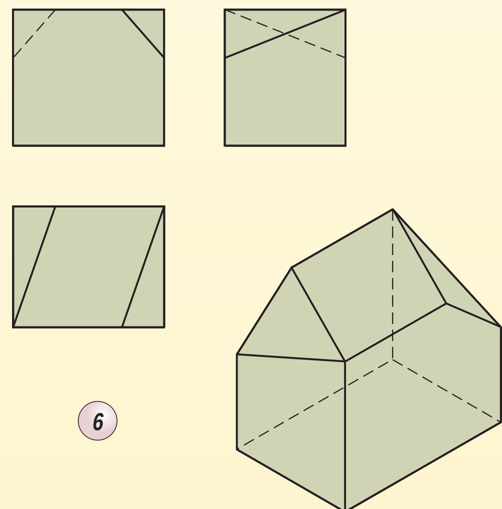






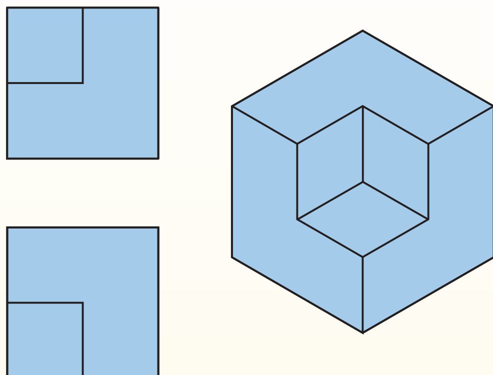




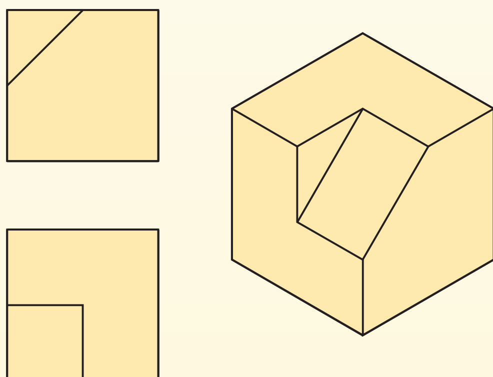


Actividades pág. 160

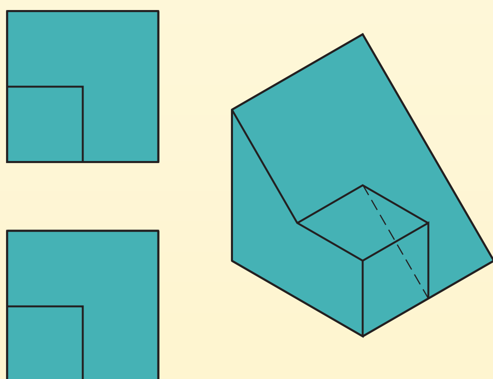
PRIMER ALZADO



SEGUNDO ALZADO

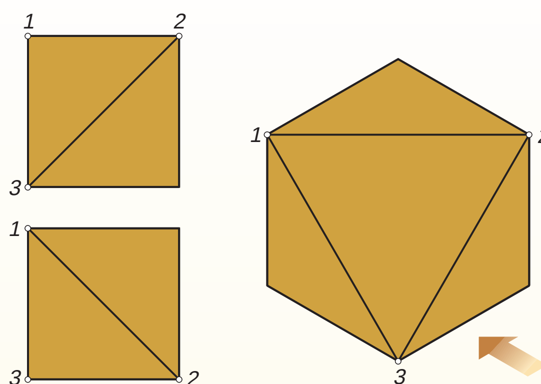


TERCER ALZADO

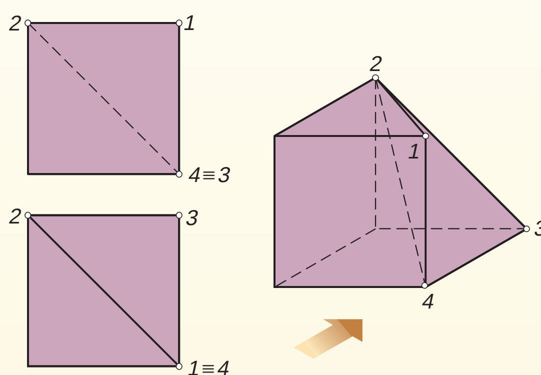


Actividades finales pág. 160

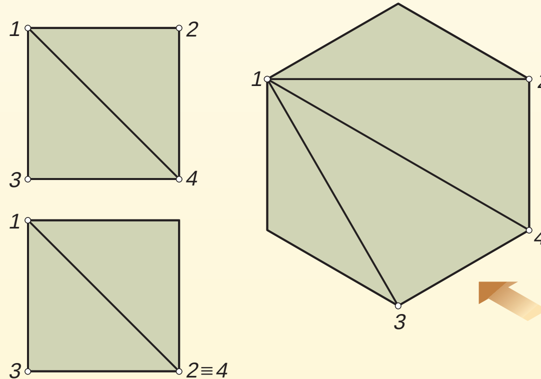
PRIMER ALZADO



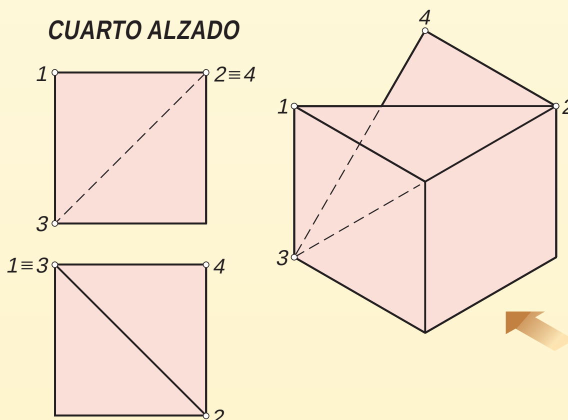
SEGUNDO ALZADO



TERCER ALZADO

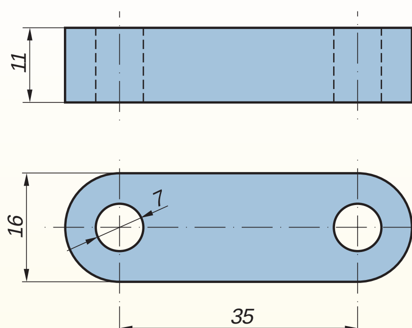


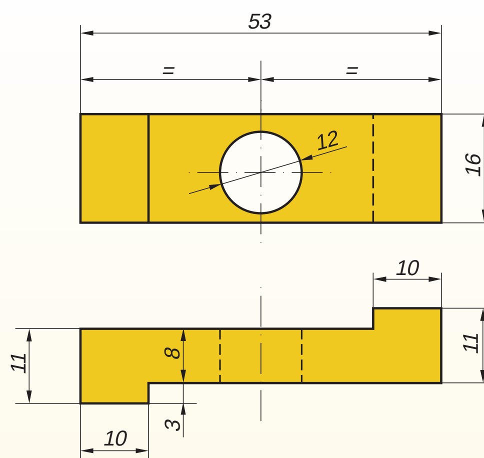
CUARTO ALZADO

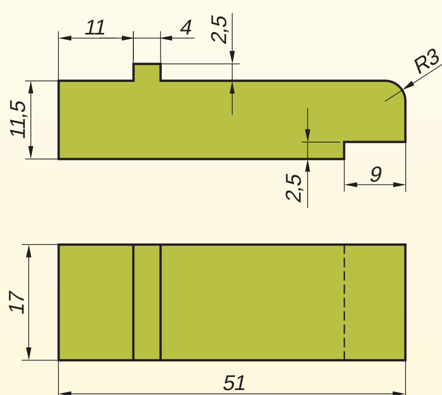


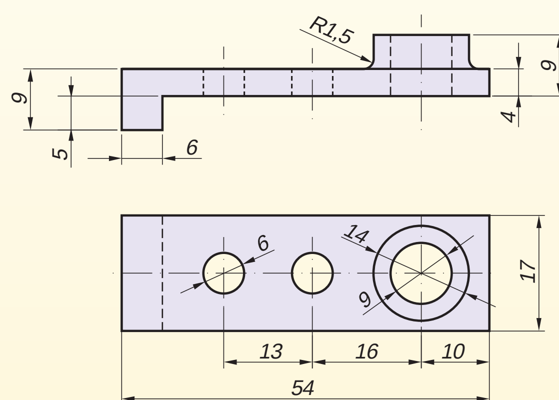
NORMALIZACIÓN
Acotación

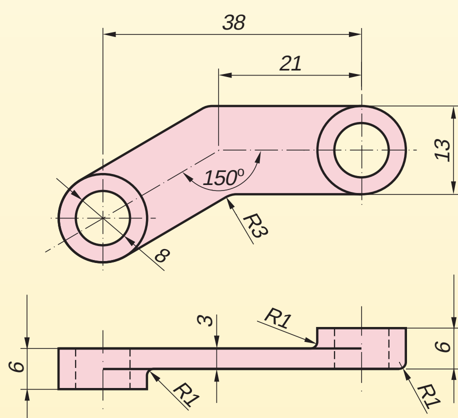
TEMA 18

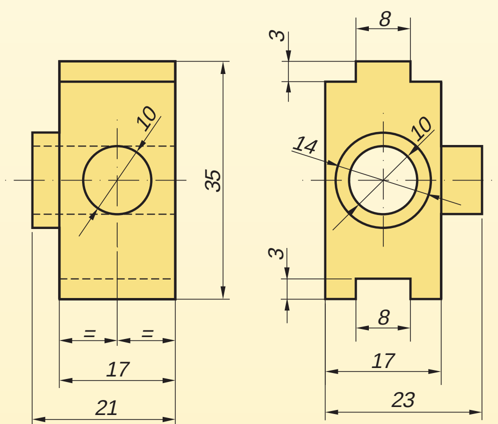




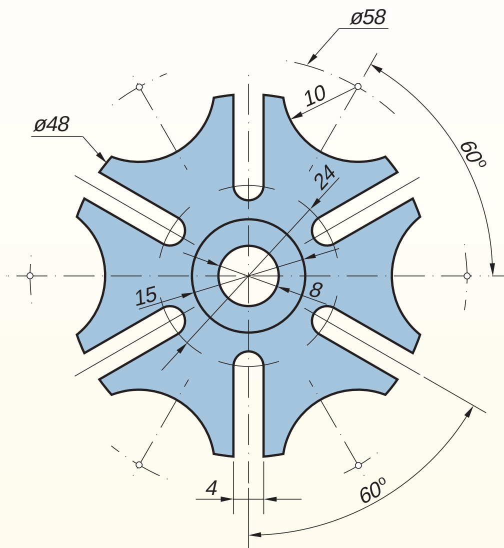


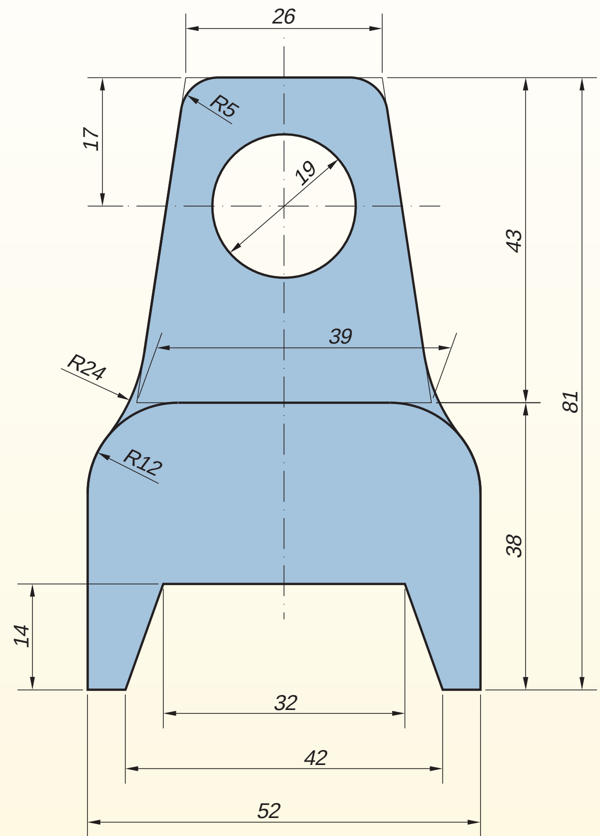


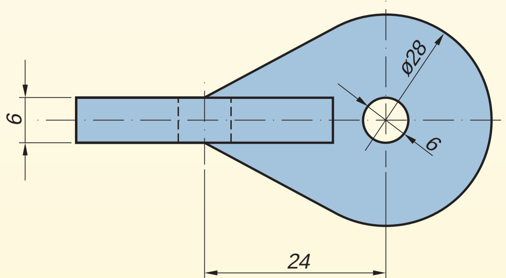


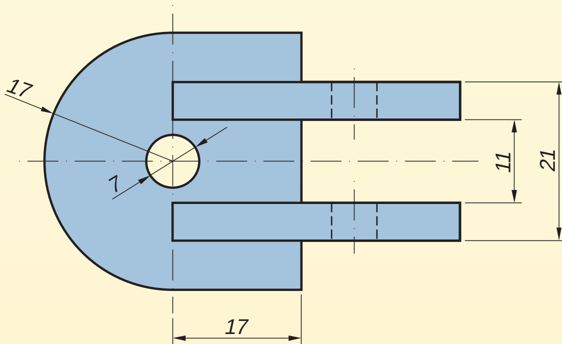


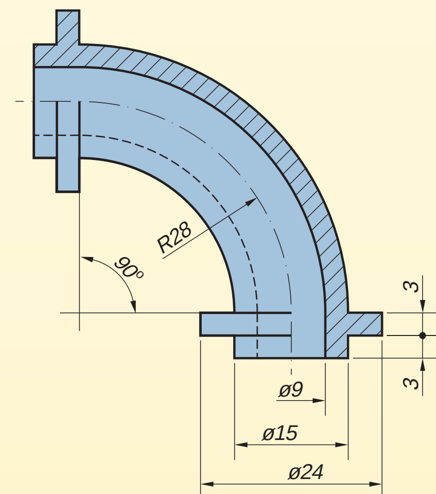
Actividades pág. 180







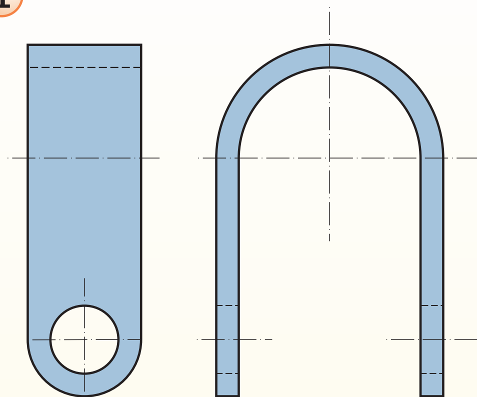




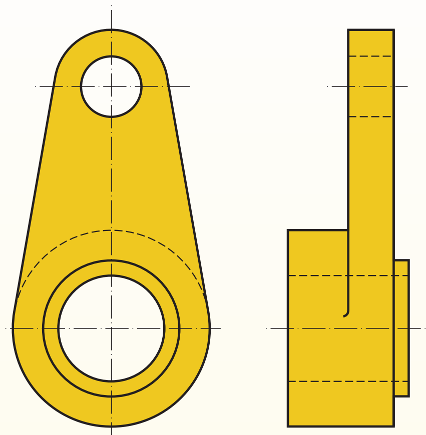
Actividades pág. 181

ACTIVIDADES

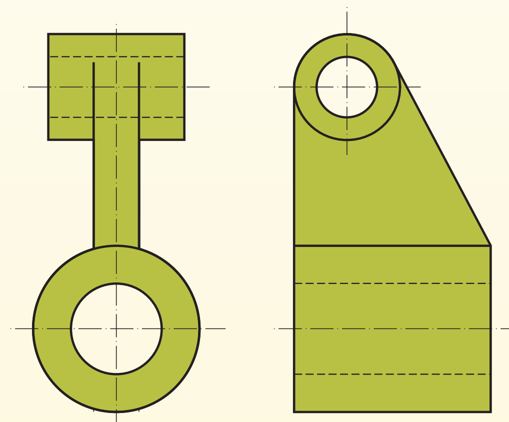
1



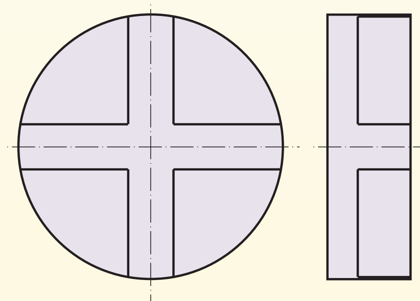
2



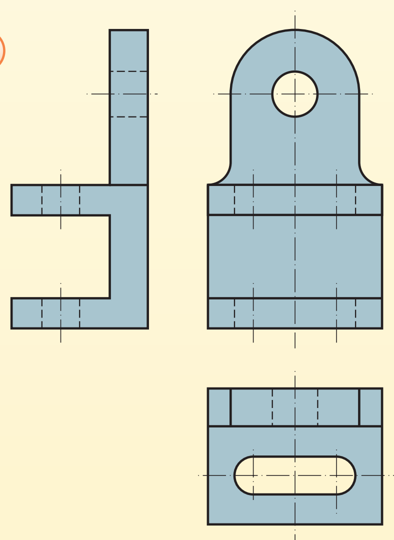
3



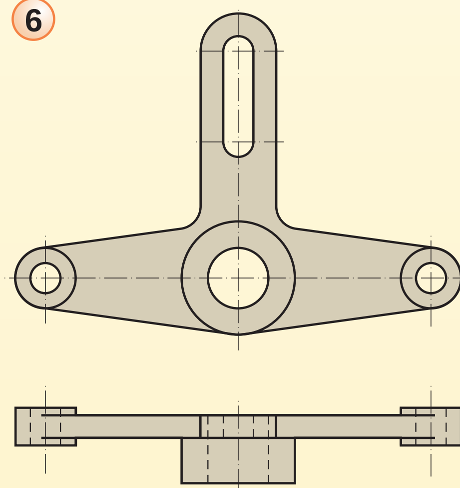
4



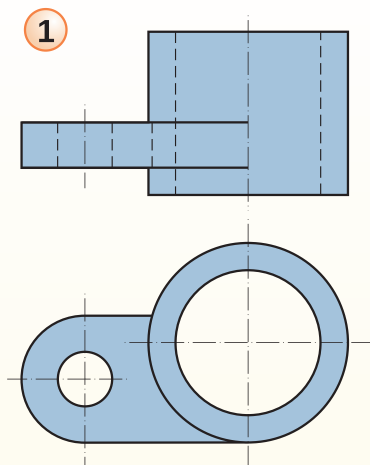
5

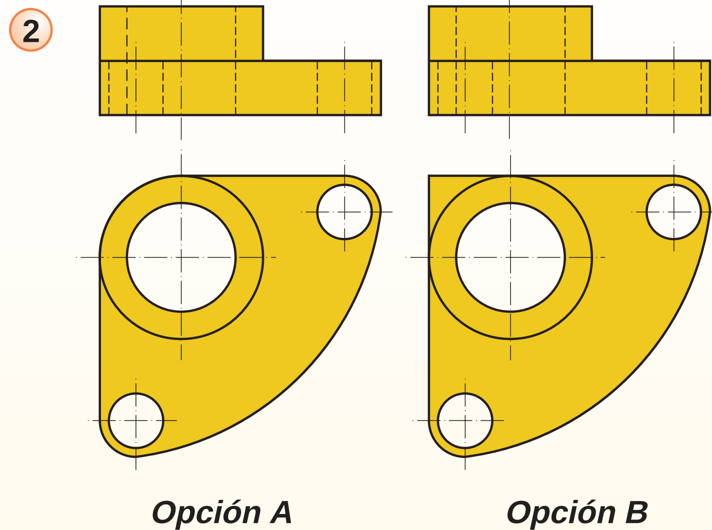


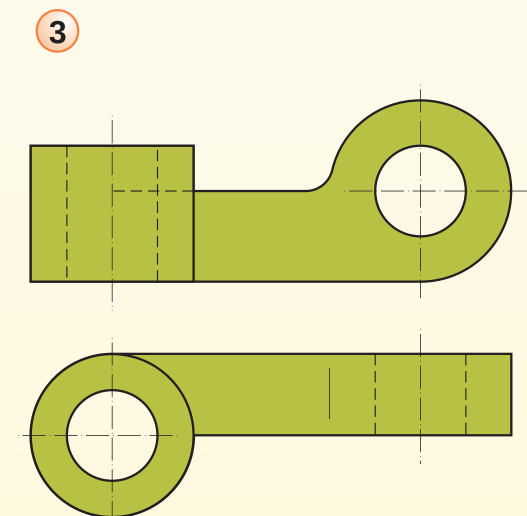
6

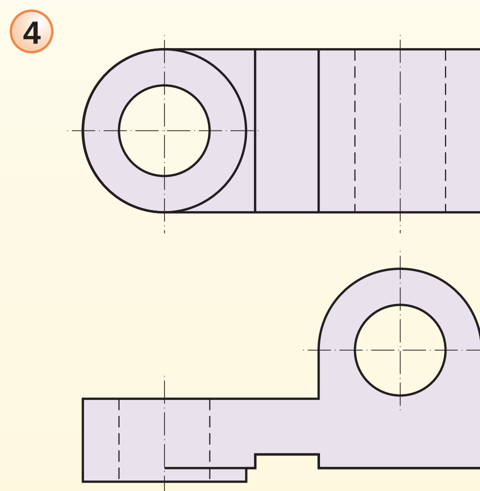


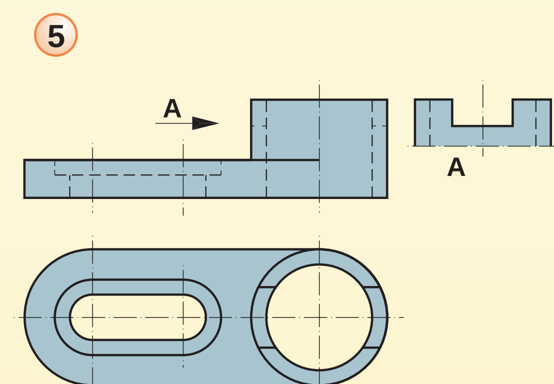
Actividades pág. 206

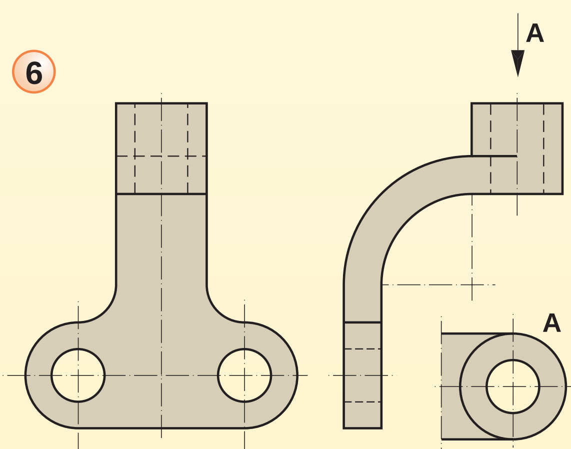






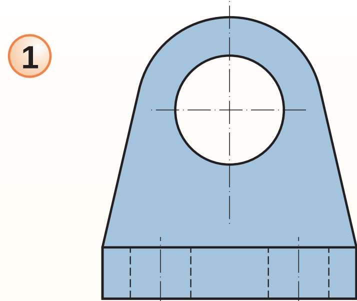


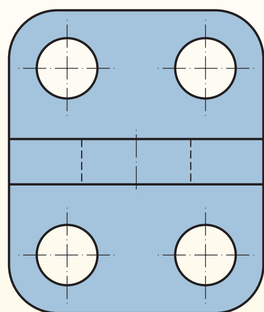




Actividades pág. 207

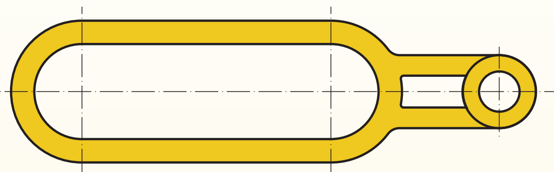
1



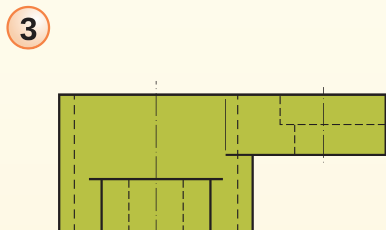


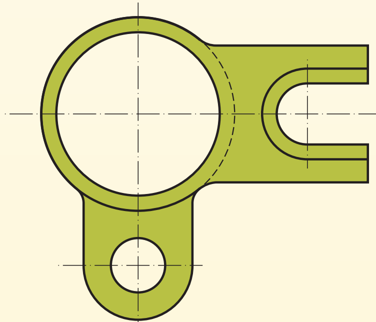
2



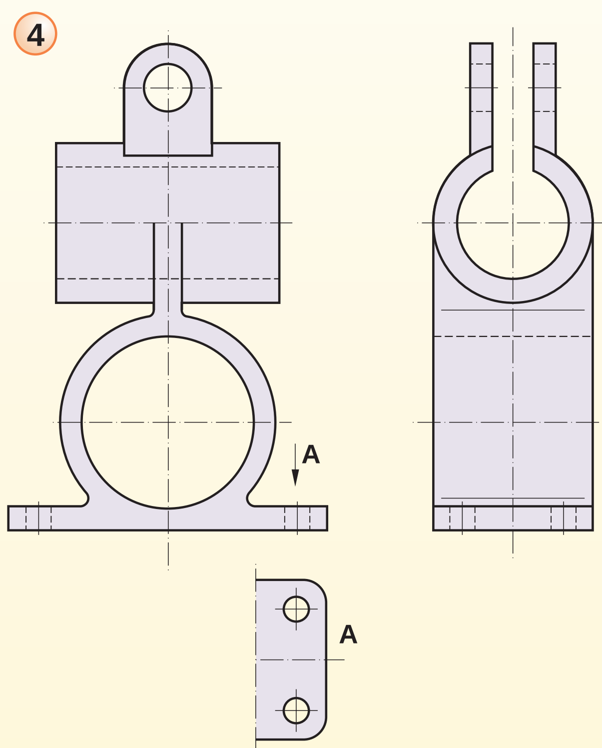


3

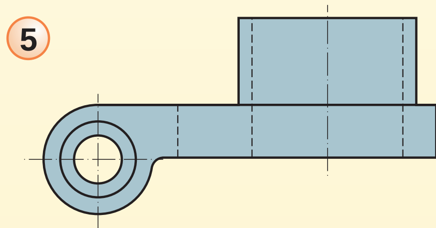


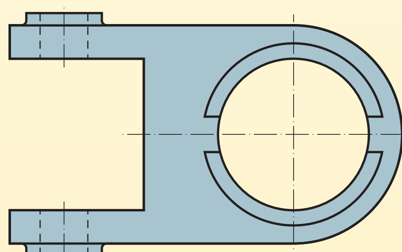


4

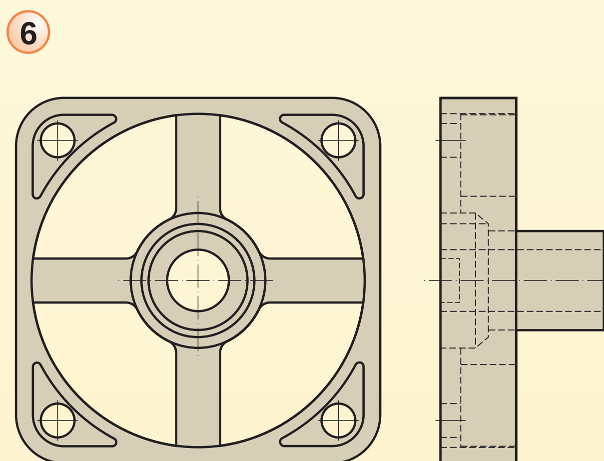


5

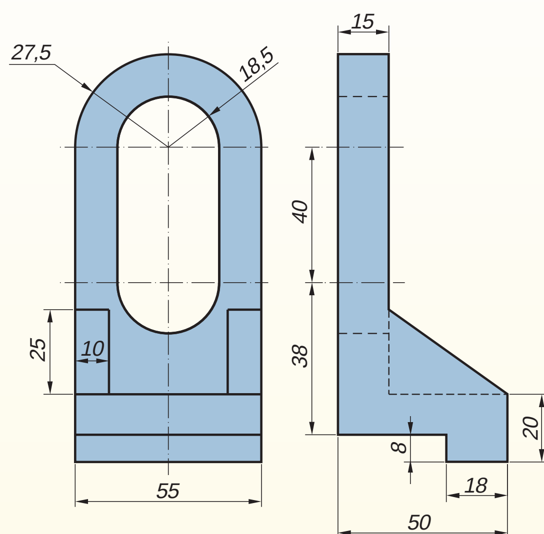


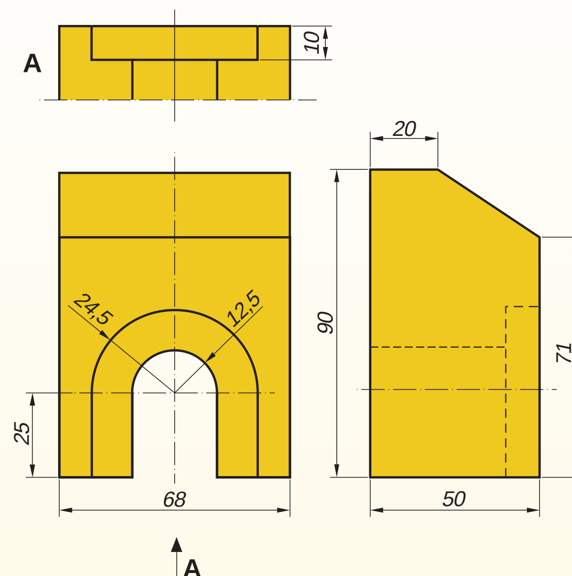


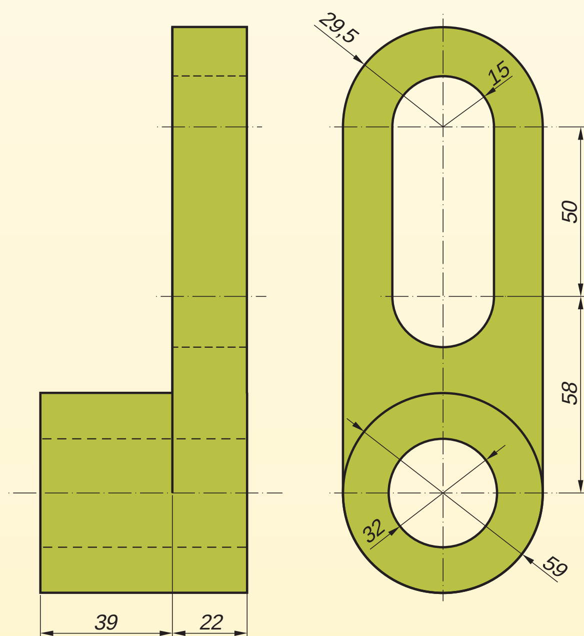
6

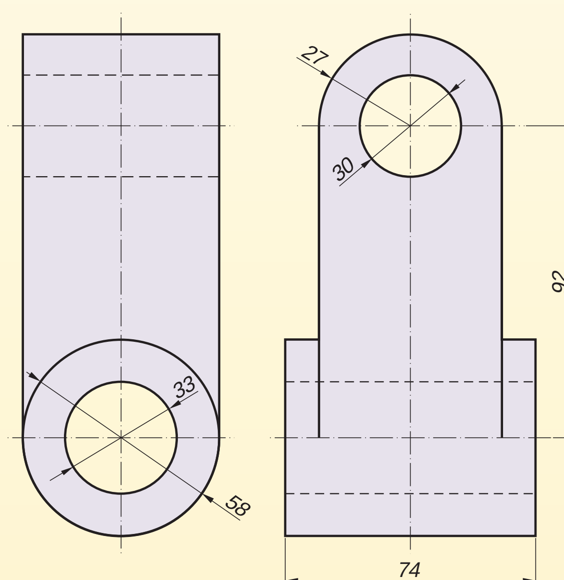


Actividades pág. 208



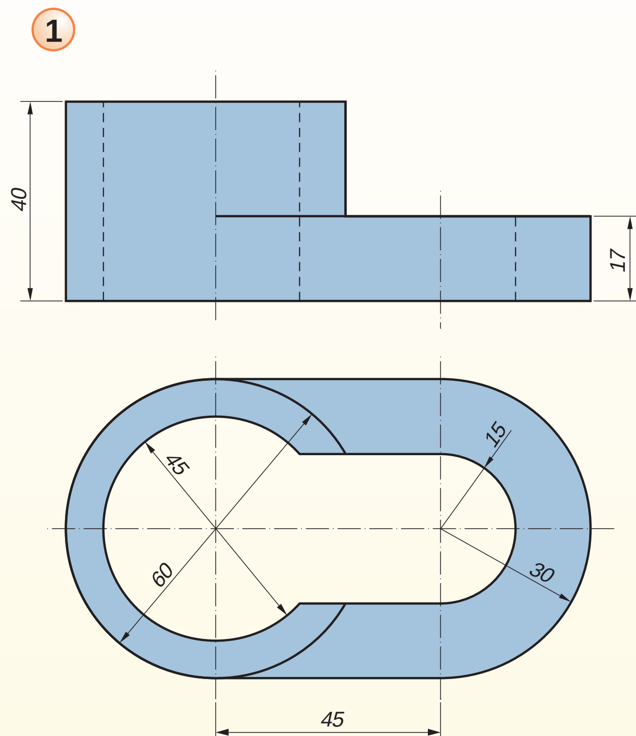




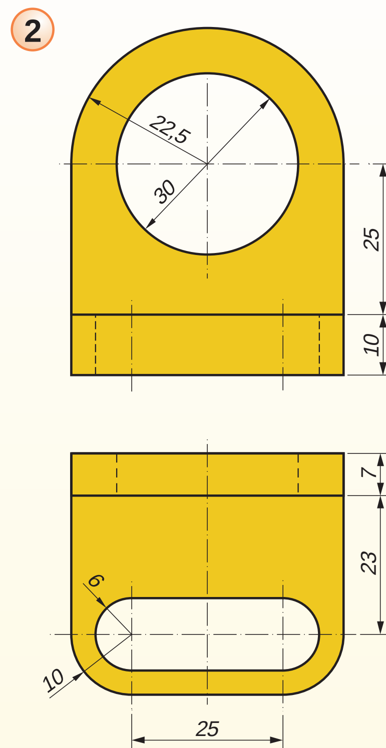


Actividades pág. 209

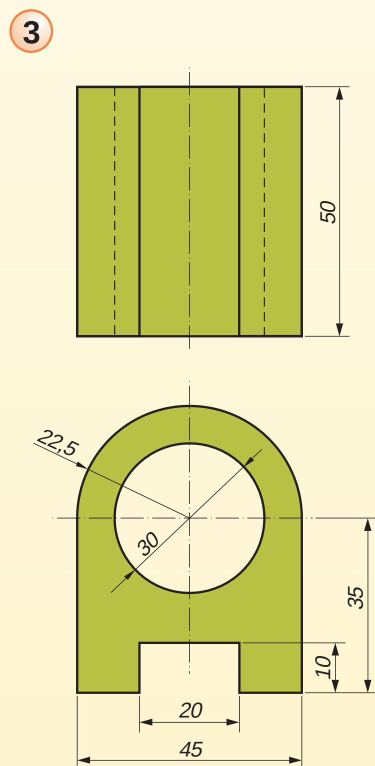
1



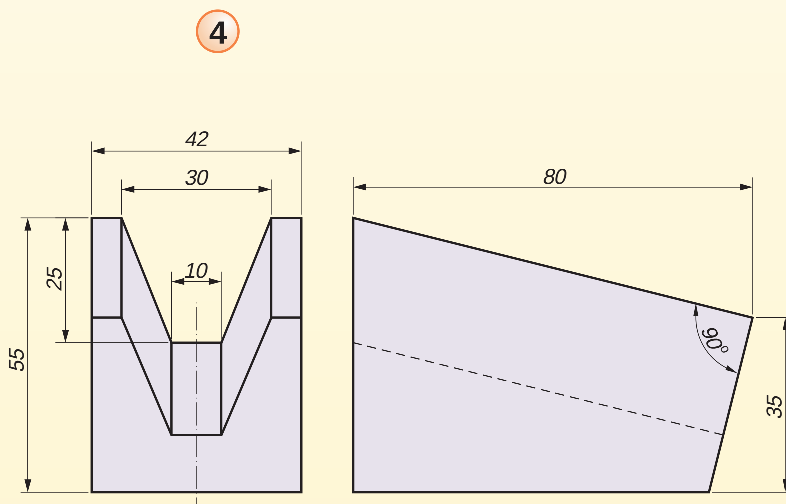
2



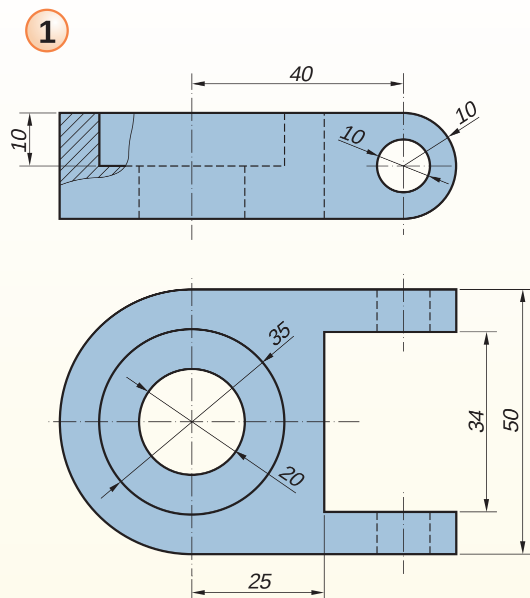
3

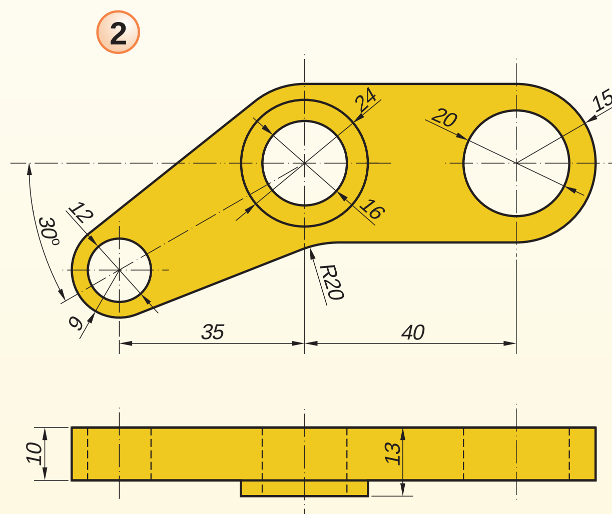


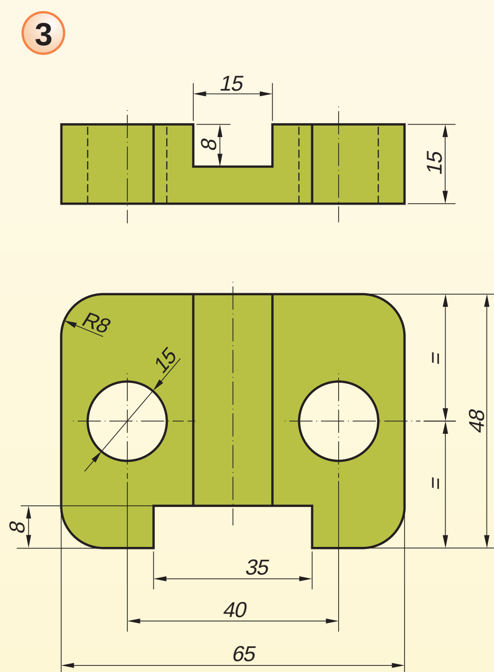
4

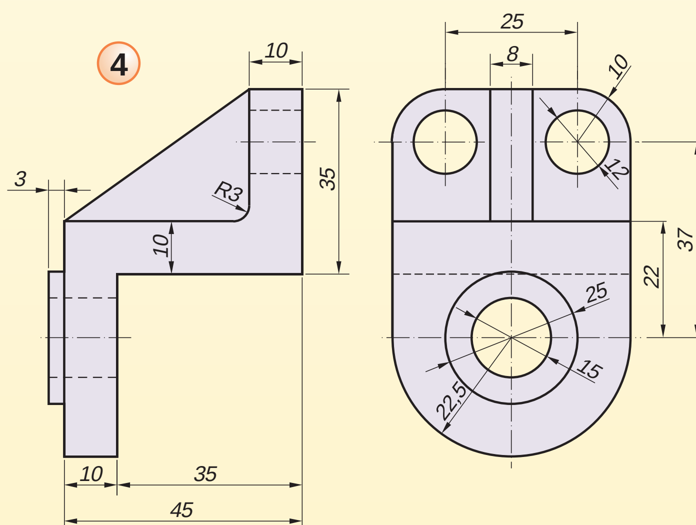


Actividades pág. 210



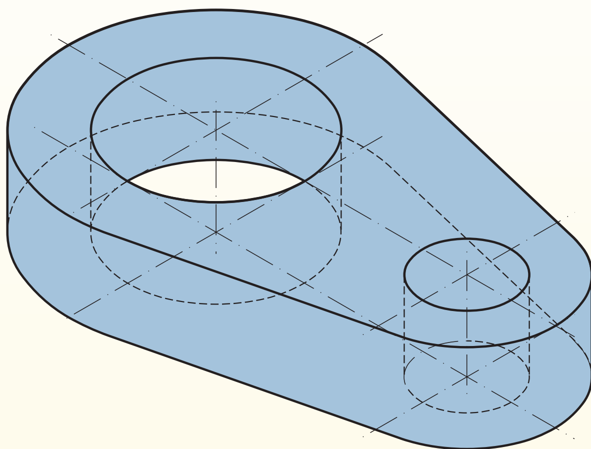




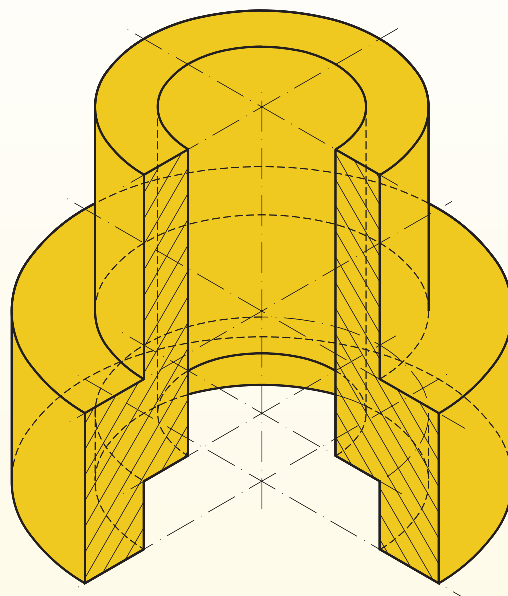


Actividades pág. 211

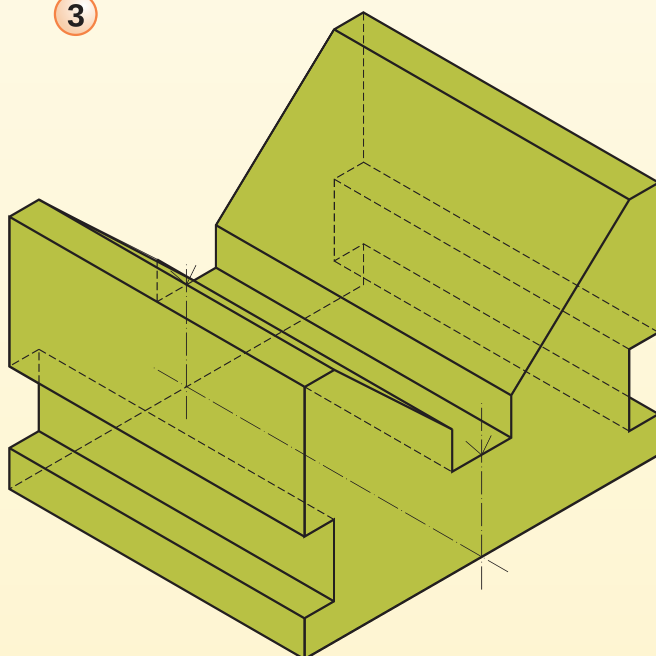
1



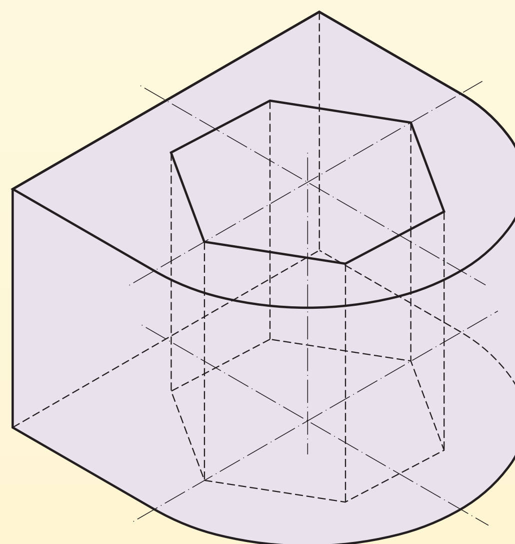
2



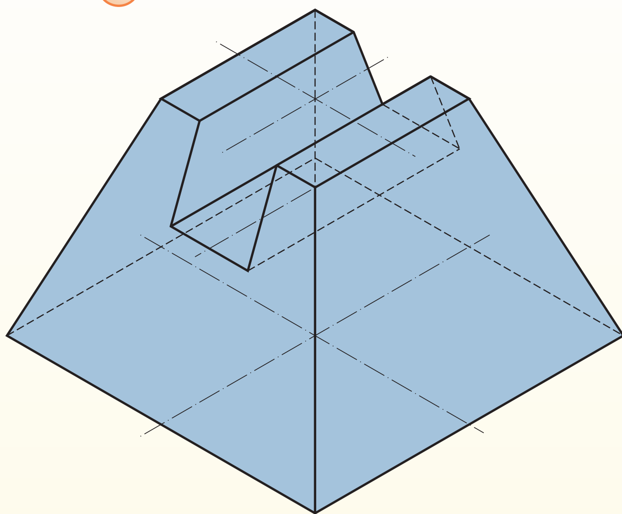
3

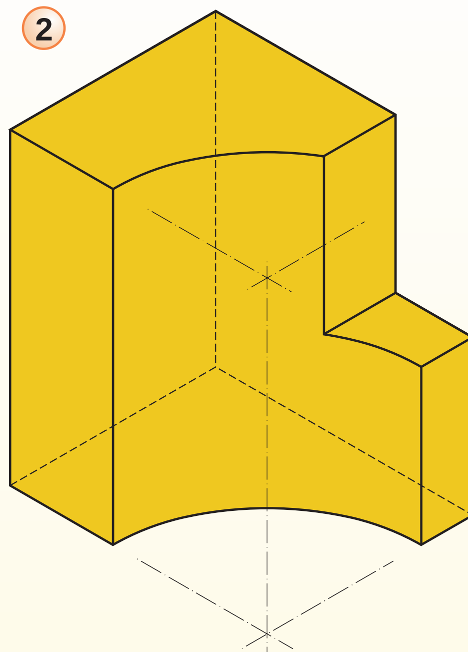


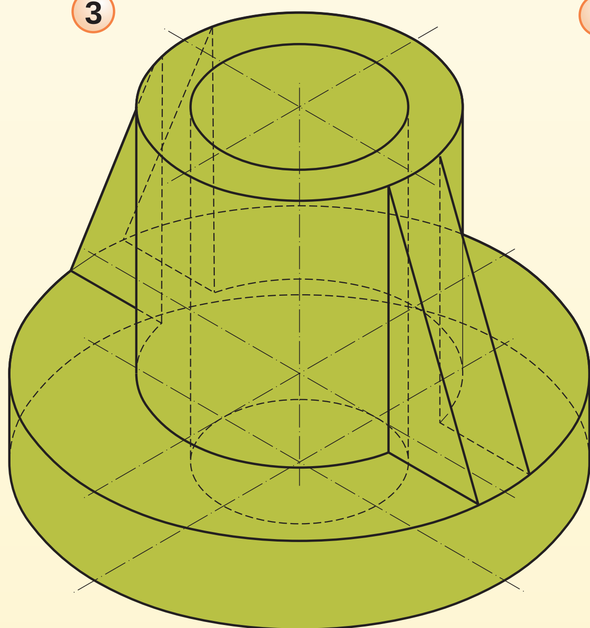
4

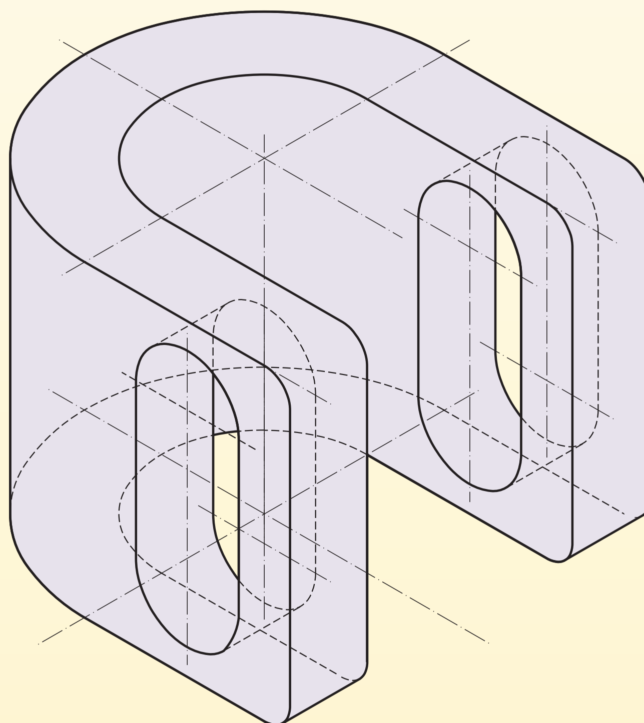


Actividades pág. 212



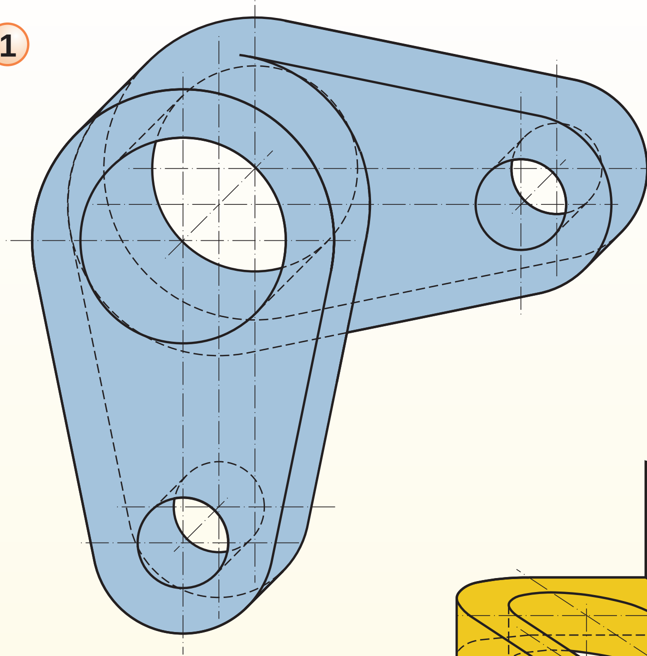




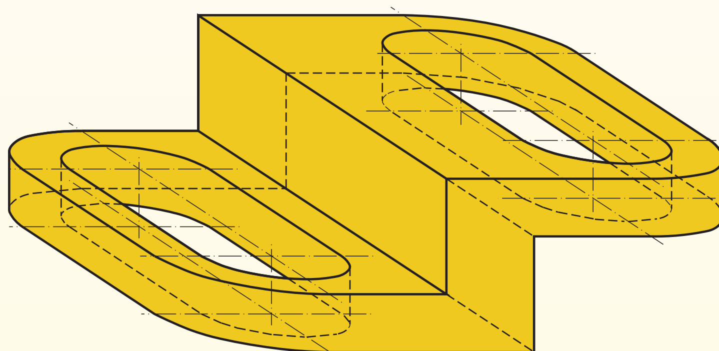


Actividades pág. 213

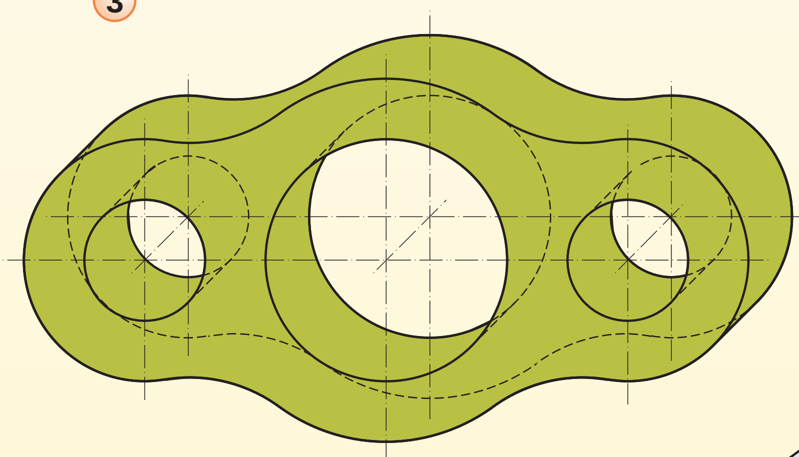
1



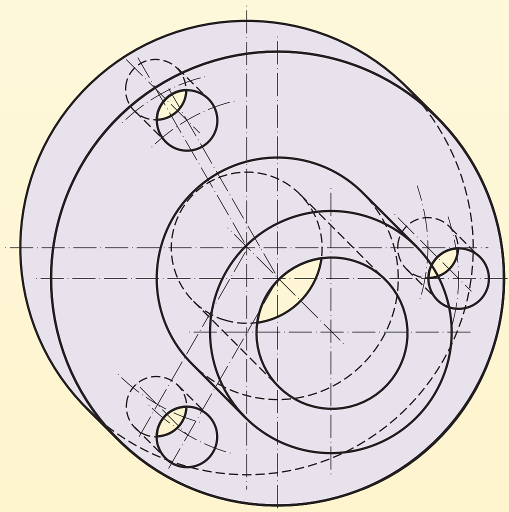
2



3



4



Actividades pág. 214